شماره‌ی تکلیف: ۱

مسئله‌ی ۱:

نشان دهید هر ماتریس مربعی را می‌توان به شکل حاصل جمع دو ماتریس، یکی ماتریس متقارن (symmetric) و یکی ماتریس پادمتقارن (anti symmetric) نوشت.

ماتریس متقارن ماتریسی است که به ازای هر i و j رابطه‌ی $a_{ij} = a_{ji}$ برقرار است یعنی ماتریس با ترانهاده‌اش برابر است.
ماتریس پادمتقارن ماتریسی است که به ازای هر i و j رابطه‌ی $a_{ij} = -a_{ji}$ برقرار است یعنی ماتریس با قرینه‌ی ترانهاده‌اش برابر است. (واضح است که در ماتریس پادمتقارن، عناصر قطر صفر هستند)

مسئله‌ی ۲:

ماتریس زیر را به صورت حاصل جمع دو ماتریس، یکی متقارن و یکی پادمتقارن بنویسید.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 5 & 3 \\ -1 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

مسئله‌ی ۳:

اگر برای ماتریس‌های A و B روابط زیر برقرار باشند،

$$3A - 2B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}; \qquad -4A + B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

ماتریس‌های A و B را به دست آورید.

مسئله‌ی ۴:

اگر

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

حاصل ضرب ماتریسی AB را به دست آورید.

مسئله‌ی ۵:

اگر

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

نشان دهید:

$$A^2 - 4A - 5I = o$$

که در آن I ماتریس واحد و o ماتریس صفر است.

مسئله‌ی ۶:

اگر

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 0 \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

درستی تساوی $(AB)^T = B^T A^T$ را تحقیق کنید.

مسئله‌ی ۷:

اگر

$$A = \begin{pmatrix} \cos^2\alpha & \cos\alpha\sin\alpha \\ \cos\alpha\sin\alpha & \sin^2\alpha \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} \cos^2\beta & \cos\beta\sin\beta \\ \cos\beta\sin\beta & \sin^2\beta \end{pmatrix}$$

رابطه‌ی بین α و β چه باشد تا حاصل ضرب AB برابر با صفر شود.

مسئله‌ی ۸:

اگر

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

وارونِ ماتریسِ A را به دست آورید.