

شماره‌ی تکلیف: ۱۹

مسئله‌ی ۱:

با استفاده از تابع دلتای دیراک (برای نمایش توزیع بارهای نقطه‌ای به شکل یک توزیع حجمی بار) نشان دهید که گشتاور دوقطبی مربوط به دو بار نقطه‌ای مساوی و ناهمنام که به فاصله‌ی l از هم قرار دارند، یعنی $p = ql$ ، از تعریف کلی زیر به دست می‌آید:

$$p = \int \mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}') dv'$$

مسئله‌ی ۲:

رابطه‌ی زیر پتانسیل الکتریکی را در نقطه‌ی \mathbf{r} ناشی از یک دوقطبی نقطه‌ای با گشتاور دوقطبی p که در \mathbf{r}' واقع است، نشان می‌دهد. با محاسبه‌ی شیب این تابع، میدان الکتریکی را در نقطه‌ی \mathbf{r} به دست آورید.

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

راهنمایی: از اتحاد زیر استفاده کنید

$$\nabla(\mathbf{F} \cdot \mathbf{G}) = (\mathbf{F} \cdot \nabla)\mathbf{G} + (\mathbf{G} \cdot \nabla)\mathbf{F} + \mathbf{F} \times (\nabla \times \mathbf{G}) + \mathbf{G} \times (\nabla \times \mathbf{F})$$

مسئله‌ی ۳:

یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور دوقطبی $p = p\hat{k}\text{Cm}$ در مبدأ مختصات قرار دارد. اگر پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ی $(0, 0, 1\text{nm})$ برابر با 5V باشد، پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ی $(1\text{nm}, 0, 1\text{nm})$ چقدر است؟

مسئله‌ی ۴:

بارهای نقطه‌ای $+q$ و $-q$ ، به ترتیب، در نقاط $(0, a, 0)$ و $(0, -a, 0)$ قرار دارند. نشان دهید در نقطه‌ی (r, θ, ϕ) ، برای نقاط دور، $r \gg a$ ، پتانسیل الکتریکی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\Phi = \frac{2qa}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin\theta \sin\phi}{r^2}$$