

شماره‌ی تکلیف: ۵

مسئله‌ی ۱:

گرادیان هر یک از توابع زیر را حساب کنید.

☞ (الف) $f(x, y, z) = e^x \sin y \ln z$

☞ (ب) $g(\rho, \phi, z) = \rho \cos \phi + 5z\rho^2 \sin^2 \phi$

☞ (ج) $h(r, \theta, \phi) = r^2 \sin \theta \cos 2\phi$

مسئله‌ی ۲:

اگر $\mathbf{r} = (x, y, z)$ و $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ بردارهای مکان دو نقطه باشند، نشان دهید

☞ (الف) $\vec{\nabla}_{\mathbf{r}} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 = 2(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$

☞ (ب) $\vec{\nabla}_{\mathbf{r}'} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 = -2(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$

☞ (ج) $\vec{\nabla}_{\mathbf{r}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = -\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$

مسئله‌ی ۳:

ارتفاع تپه‌ای (بر حسب فوت) از معادله‌ی زیر به دست می‌آید

$$h(x, y) = 10(2xy - 3x^2 - 4y^2 - 18x + 28y + 12)$$

در این معادله y (بر حسب مایل) فاصله‌ی شمالی و x (بر حسب مایل) فاصله‌ی شرقی است.

الف) قله‌ای این تپه کجاست؟

ب) ارتفاع تپه چقدر است؟

ج) شیب نقطه‌ای به فاصله‌ی ۱ مایل به سمت شمال و یک مایل به سمت شرق (بر حسب فوت بر مایل) چقدر است؟