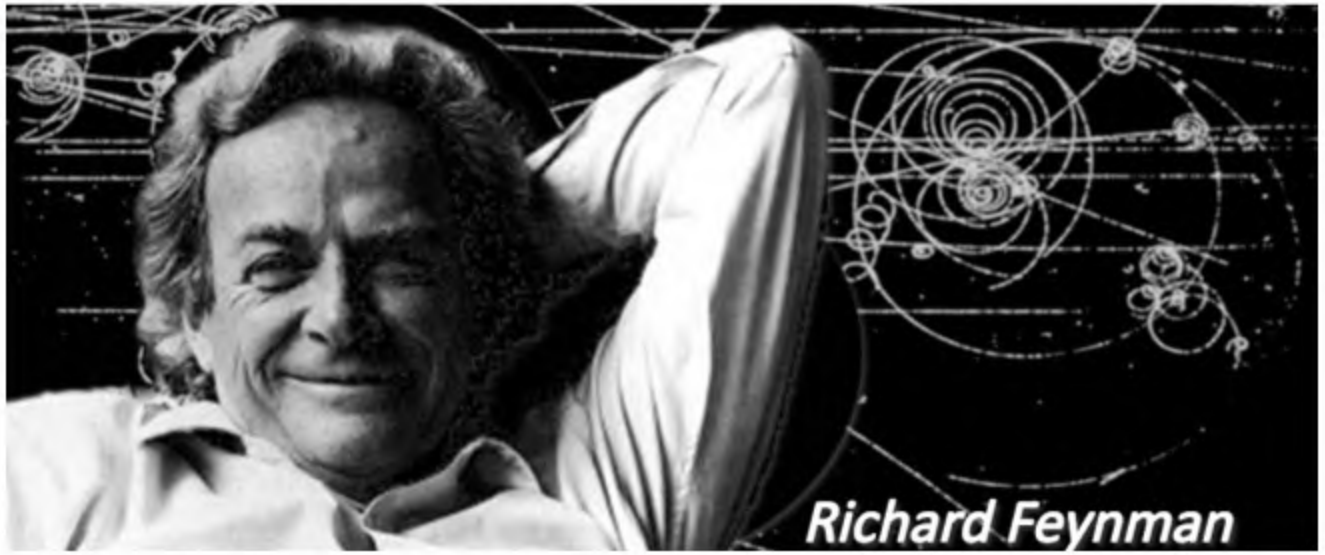
Electromagnetism I

Faculty of Physics-Kharazmi University

Dr. Faramarz Kanjouri

Spring 2023

دانشگاه خوارزمی



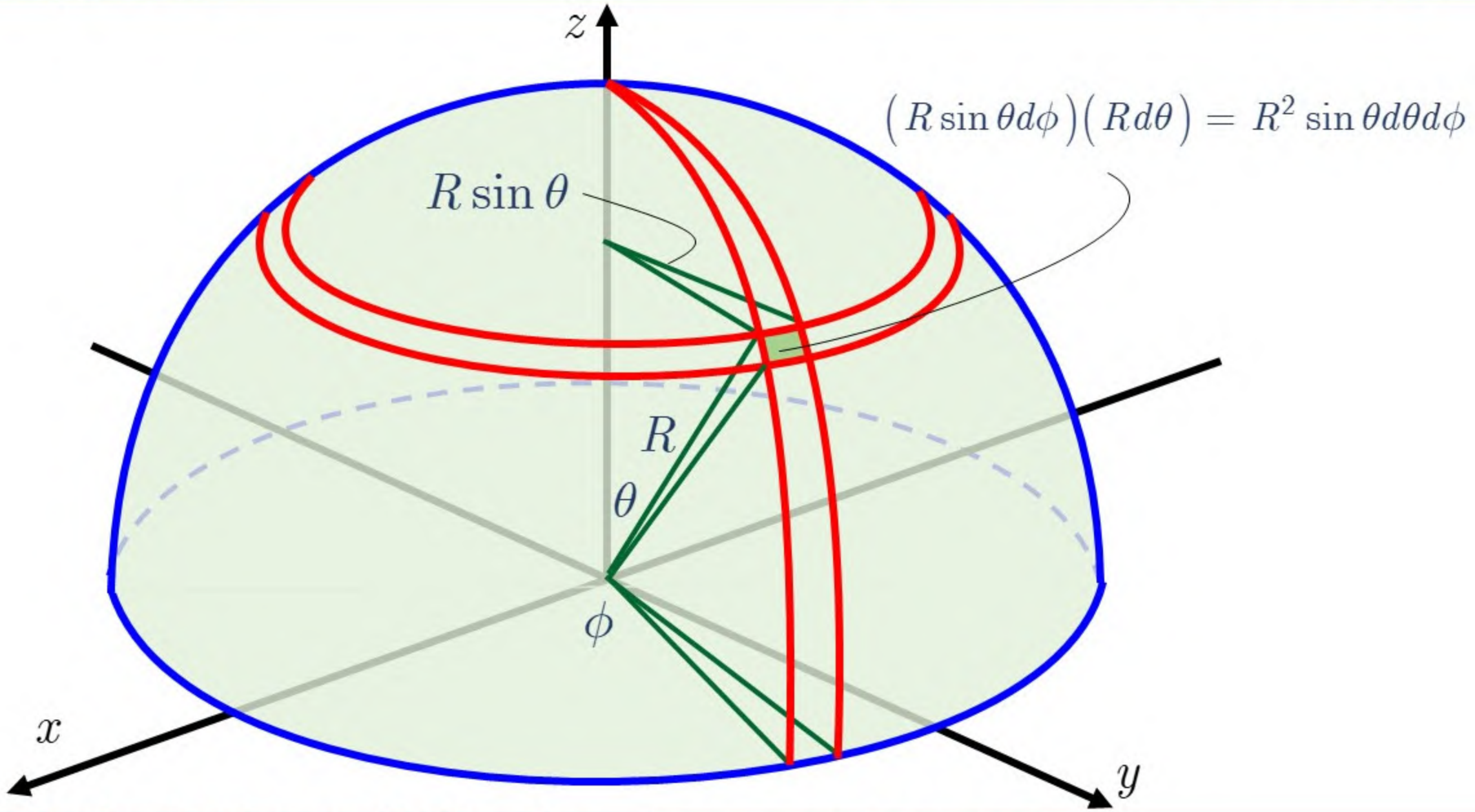
اگر همواره مانند گذشته بیندیشید، همیشه همان چیزهایی را
به‌دست می‌آورید که تا کنون کسب کرده‌اید

فاینمن

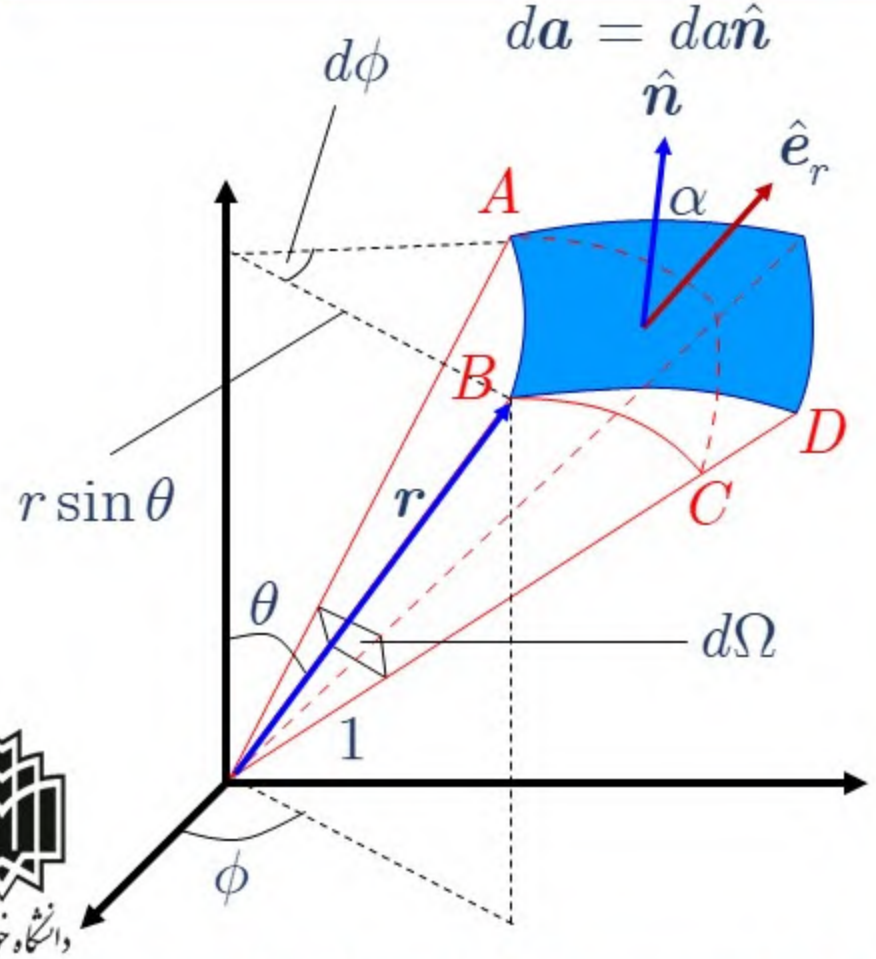
درس سیزدهم

زاویه‌ی فضایی

Solid Angle


z
$\left(R\sin\theta d\phi\right)\left(Rd\theta\right) = R^2\sin\theta d\theta d\phi$
$R\sin\theta$
R
θ
ϕ
x
y

زاویه‌ی فضایی Ω را به صورت بخشی از مساحت یک کره به شعاع واحدکه در بین یال‌های مخروطی که از رأس آن، مساحت مزبور دیده و محصور می‌شود، تعریف می‌کنیم. **زاویه‌ی فضایی بر حسب استرادیان بیان می‌شود.**



$$da = (AB)(BD)$$

$$da_1 = (AB)(BC) = (r\sin\theta d\phi)(rd\theta)$$

$$BD\cos\alpha = BC$$

$$da\cos\alpha = da_1 = r^2\sin\theta d\theta d\phi$$

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$$

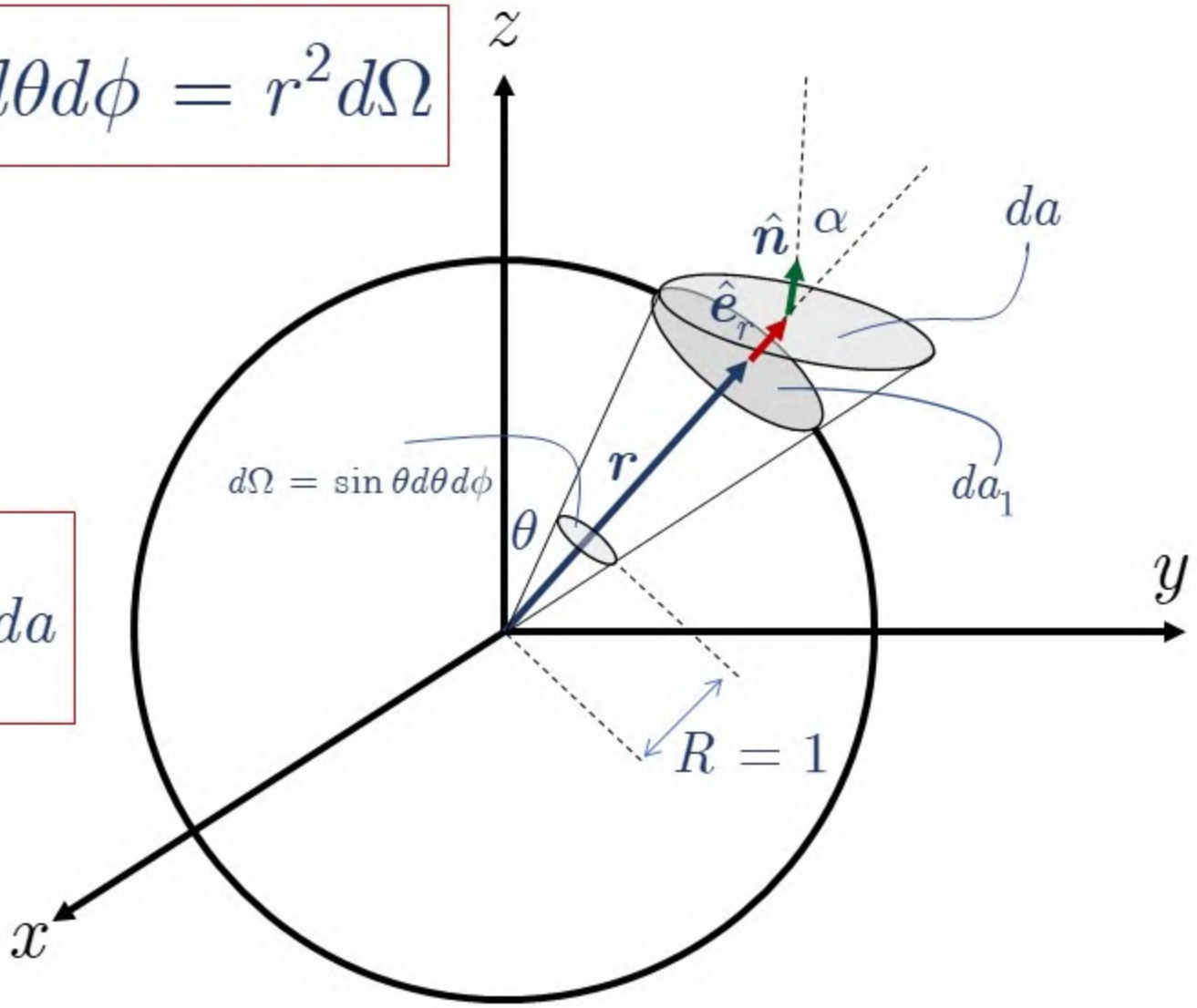
$$d\Omega = \frac{da_1}{r^2} = \frac{da\cos\alpha}{r^2}$$

$$d\Omega = \frac{\hat{\boldsymbol{e}}_r \cdot d\boldsymbol{a}}{r^2} = \frac{\boldsymbol{r}\cdot d\boldsymbol{a}}{r^3} = \frac{\boldsymbol{r}\cdot\hat{\boldsymbol{n}}}{r^3}da$$

$$da\cos\alpha = da_1 = r^2\sin\theta d\theta d\phi = r^2 d\Omega$$

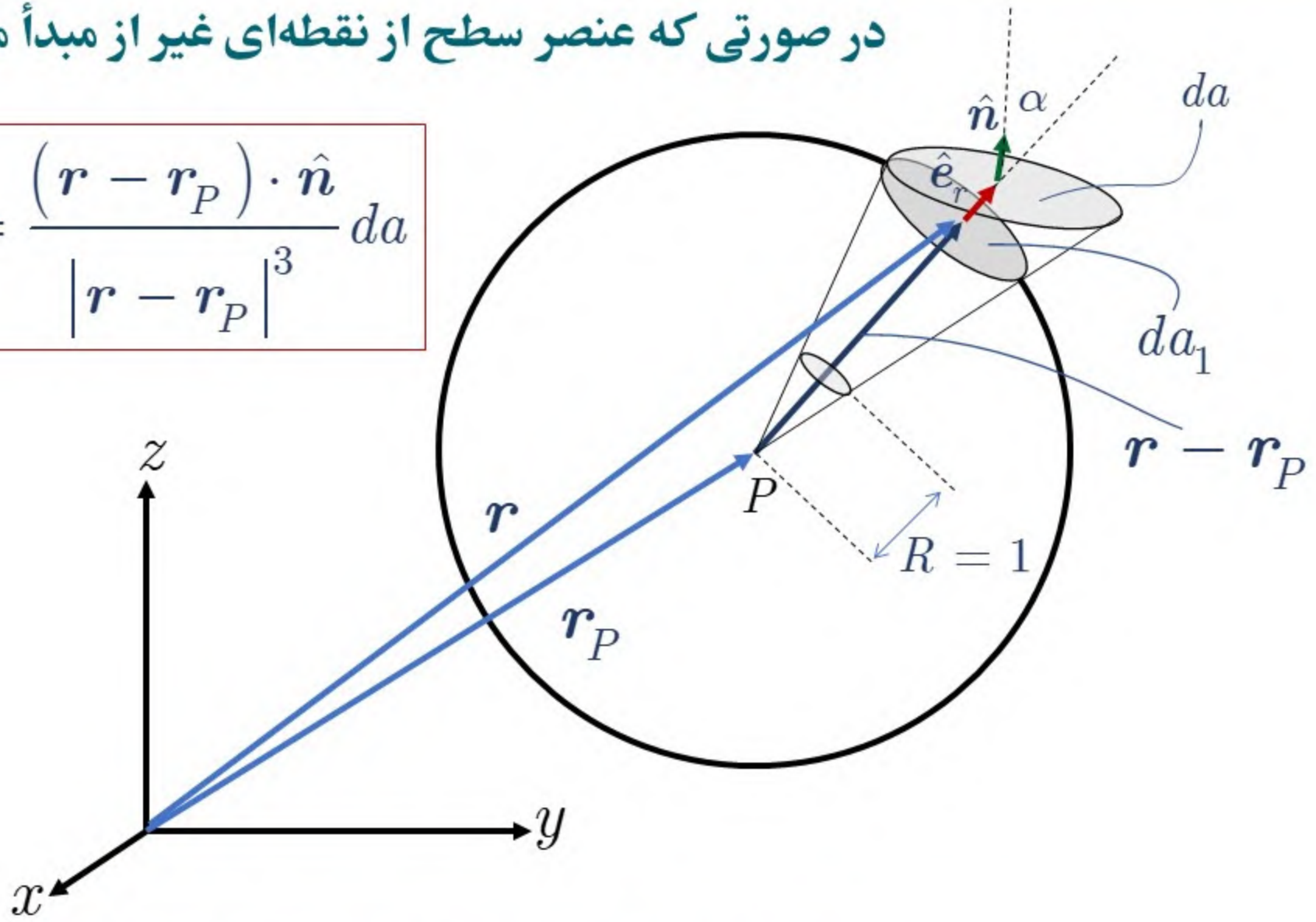
$$d\Omega = \frac{da_1}{r^2} = \frac{da\cos\alpha}{r^2}$$

$$d\Omega = \frac{\hat{\boldsymbol{e}}_r \cdot d\boldsymbol{a}}{r^2} = \frac{\boldsymbol{r}\cdot d\boldsymbol{a}}{r^3} = \frac{\boldsymbol{r}\cdot\hat{\boldsymbol{n}}}{r^3}da$$



در صورتی که عنصر سطح از نقطه‌ای غیر از مبدأ مختصات مشاهده شود

$$d\Omega_P = \frac{\left(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_P\right) \cdot d\boldsymbol{a}}{\left|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_P\right|^3} = \frac{\left(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_P\right) \cdot \hat{\boldsymbol{n}}}{\left|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_P\right|^3} da$$

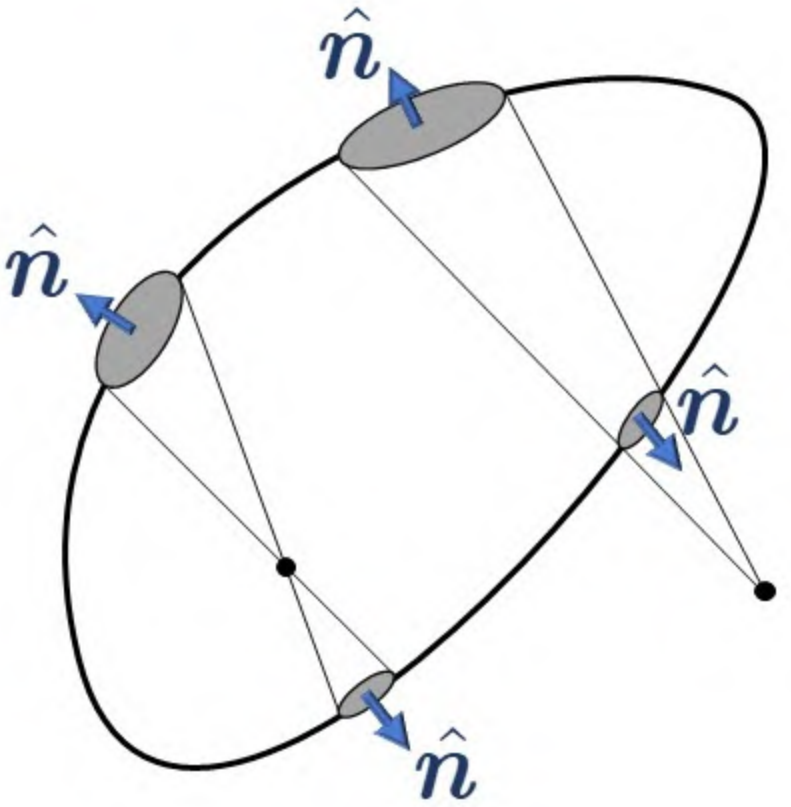


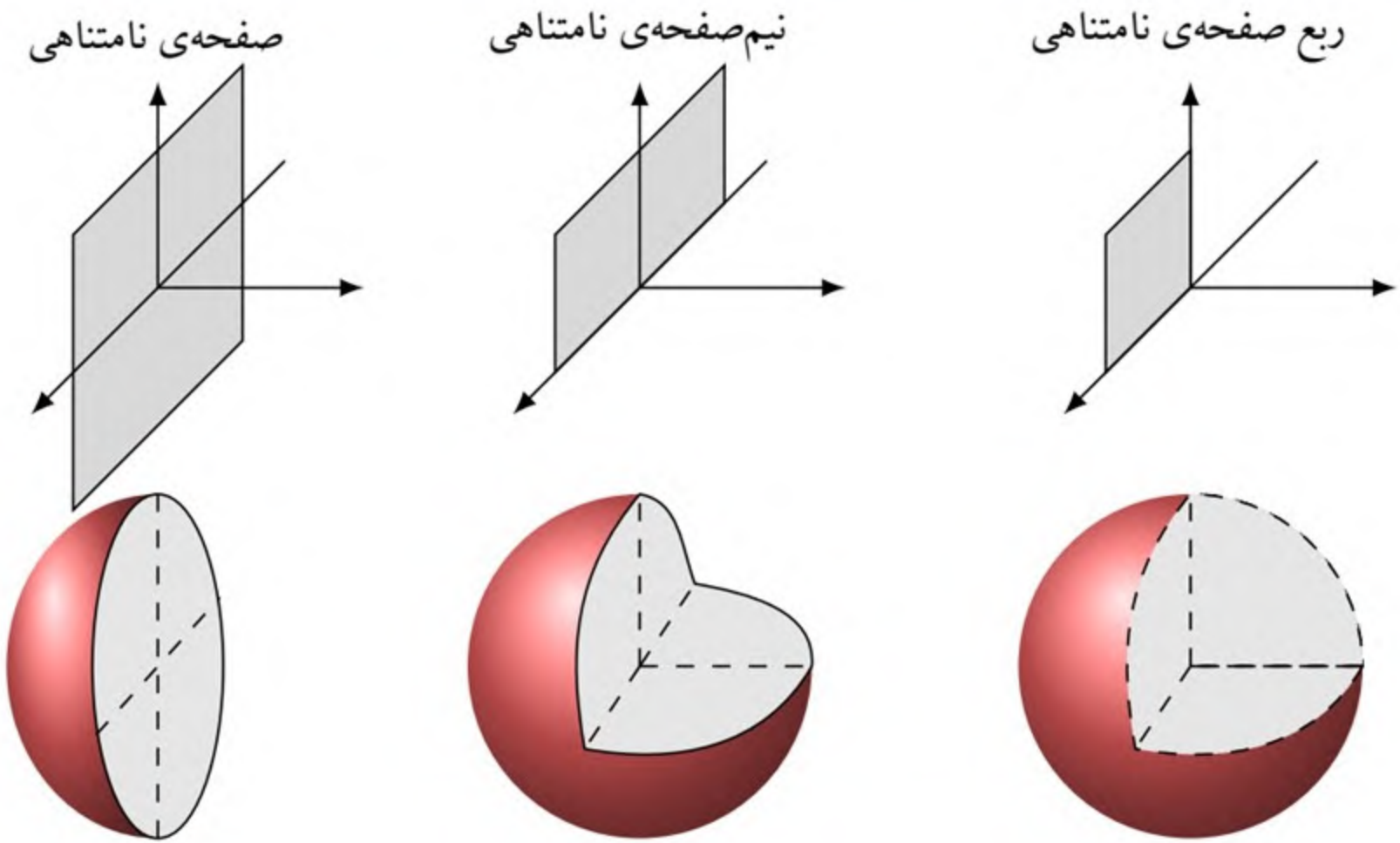
$$\oint d\Omega = \oint d\boldsymbol{a} \cdot \frac{\left(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'\right)}{\left|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'\right|^3} = = \begin{cases} 0 & \text{در صورتی که نقطه‌ی مشاهده } (\boldsymbol{r}') \text{ در خارج سطح باشد} \\ 4\pi & \text{در صورتی که نقطه‌ی مشاهده } (\boldsymbol{r}') \text{ درون سطح باشد} \end{cases}$$

برای یک سطح متناهی زاویه‌ی فضایی با انتگرال‌گیری به دست می‌آید:

$$\Omega = \int d\Omega = \int \sin\theta d\theta d\phi$$

که θ و ϕ مختصات کروی عنصرِ سطح نسبت به نقطه‌ی مشاهده هستند.




صفحه‌ی نامتناهی
نیم‌صفحه‌ی نامتناهی
ربع صفحه‌ی نامتناهی
$\Omega = 2\pi$
$\Omega = \pi$
$\Omega = \frac{\pi}{2}$

شاد و مهربان باشید