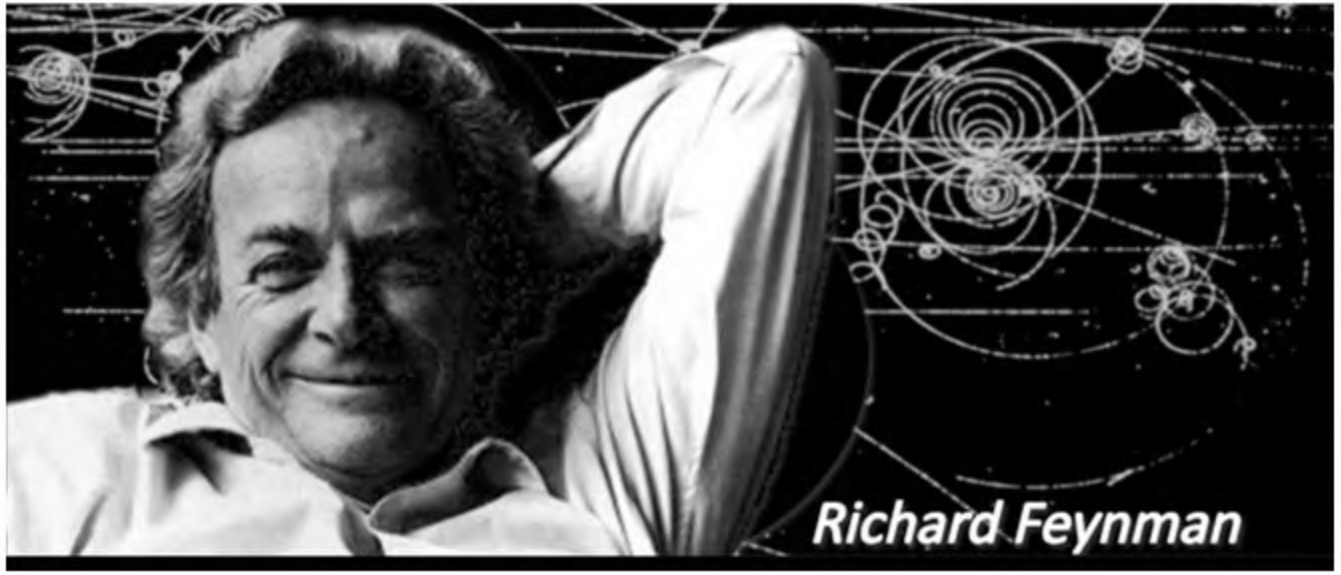
Fundamentals of Physics II

Faculty of Physics-Kharazmi University

Dr. Faramarz Kanjouri

Spring 2023

دانشگاه خوارزمی



اگر همواره مانند گذشته بیندیشید، همیشه همان چیزهایی را به‌دست می‌آورید که تا کنون کسب کرده‌اید

فاینمن

درس دهم

میدان الکتریکی

Electric Field

- مفهوم میدان Field
- تعریف میدان الکتریکی
- میدان الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای
- میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع گسسته‌ی بار
- میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع پیوسته‌ی بار

بارهای الکتریکی چگونه از وجود یکدیگر با خبر می‌شوند؟

۱ - نظریه‌ی کنش از راه دور **۲ - مفهوم میدان الکتریکی**

- هر کمیتی که تابع مکان (x,y,z) و زمان (t) باشد **میدان** نامیده می‌شود.
- اگر کمیت مزبور اسکالر باشد، میدان را **اسکالر** می‌نامیم. **مانند دمای اتاق.**
- اگر کمیت مزبور بردار باشد، میدان را **برداری** می‌نامیم. **مانند میدان جاذبه‌ی زمین.**
- اگر میدان تابع زمان نباشد آن را **استاتیک** می‌نامیم.
- اگر میدان تابع مکان نباشد آن را **یکنواخت** می‌نامیم.

در واقع یك **میدان اسکالر** به هر نقطه از فضا (در هر لحظه) یك **عدد** نسبت می‌دهد و یك **میدان برداری** به هر نقطه از فضا یك **بردار** نسبت می‌دهد. اگر میدان تابع زمان نباشد، آن را میدان **ایستا (استاتیك)** و اگر تابع مکان نباشد، یعنی در همه‌ی نقاط فضا یك مقدار داشته باشد، (و اگر میدان برداری است جهت آن نیز در همه نقاط یکی باشد) آن را میدان **یکنواخت** گوییم.

در حالت کلی، میدان‌های فیزیکی سه بُعدی هستند. یعنی تابعِ سه متغیرِ مختصات‌اند.
فشارِ اتمسفرِ زمین یک میدانِ سه بُعدی است.

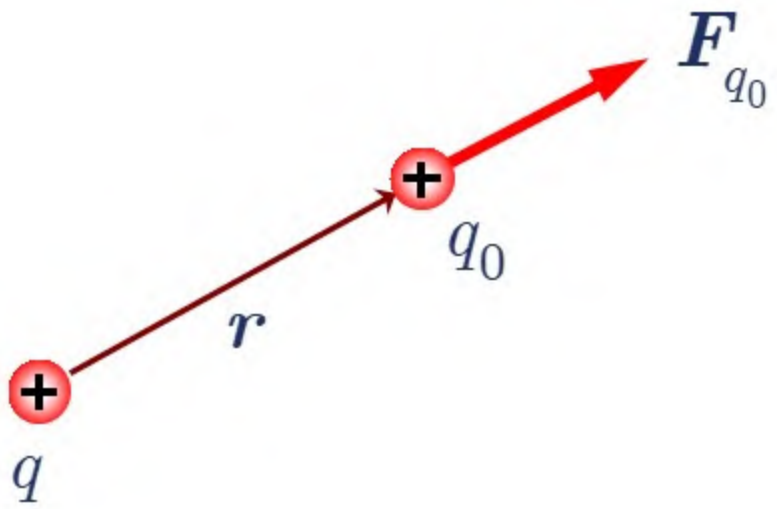
اما در حالت‌های ایده‌آل میدان‌های دوبُعدی و یک بُعدی نیز داریم.
مثلاً چگالیِ رنگ روی سطحِ یک دیوار مثالی از یک میدان دوبُعدی است. و یا کششِ یک سیم بسیار نازک در هر نقطه از طولِ آن یک میدانِ یک بُعدی است.

عاملی که میدان را ایجاد می‌کند، **چشمه‌ی میدان** نامیده می‌شود. هرگاه قواعدِ فیزیکی بینِ میدان و چشمه‌ی میدان مشخص باشند، گوییم یک **نظریه‌ی میدان Field Theory** داریم.

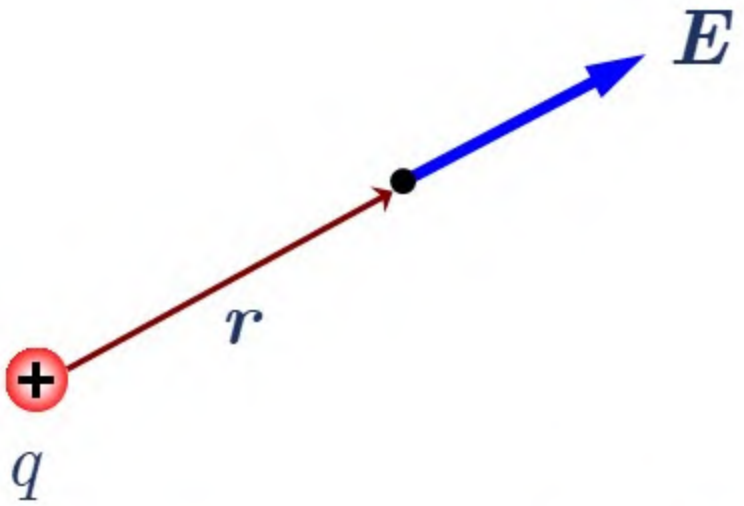
$$m\,\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}_q$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_q) = \lim_{q \to 0} \frac{\boldsymbol{F}_q}{q}$$

میدان الکتریکی یک میدان برداری است.

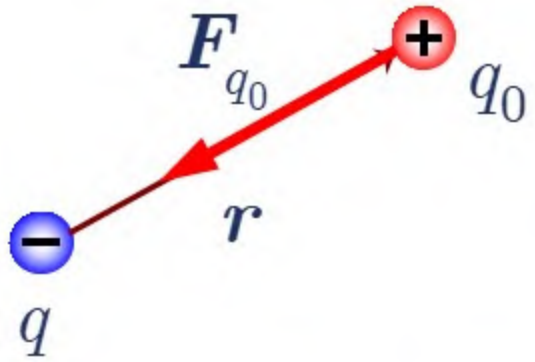


$$\boldsymbol{F}_{q_0} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}$$

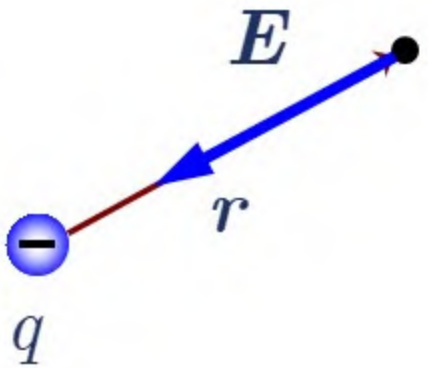


$$\boldsymbol{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}$$

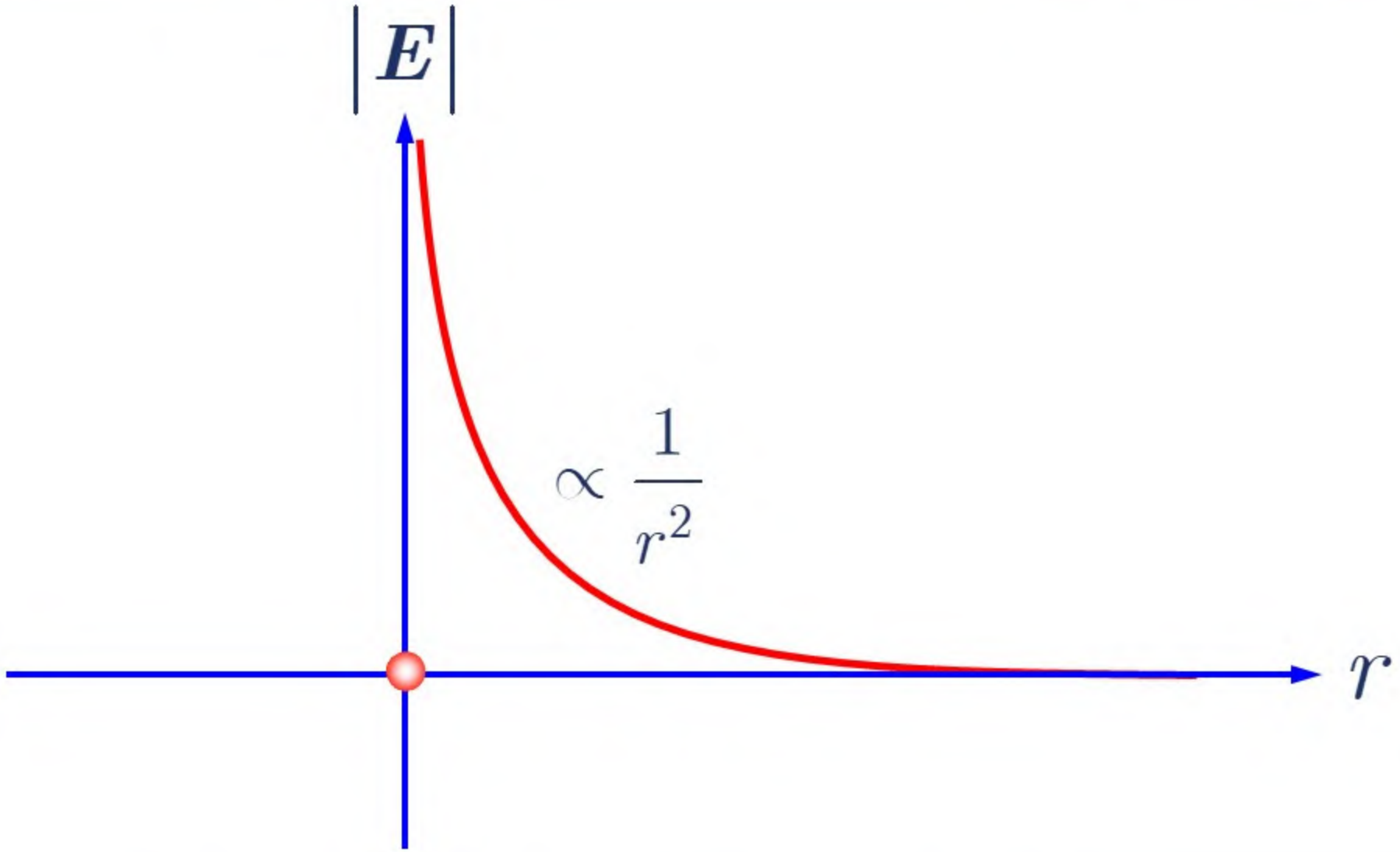
اگر بار q منفی باشد: $q = -|q|$

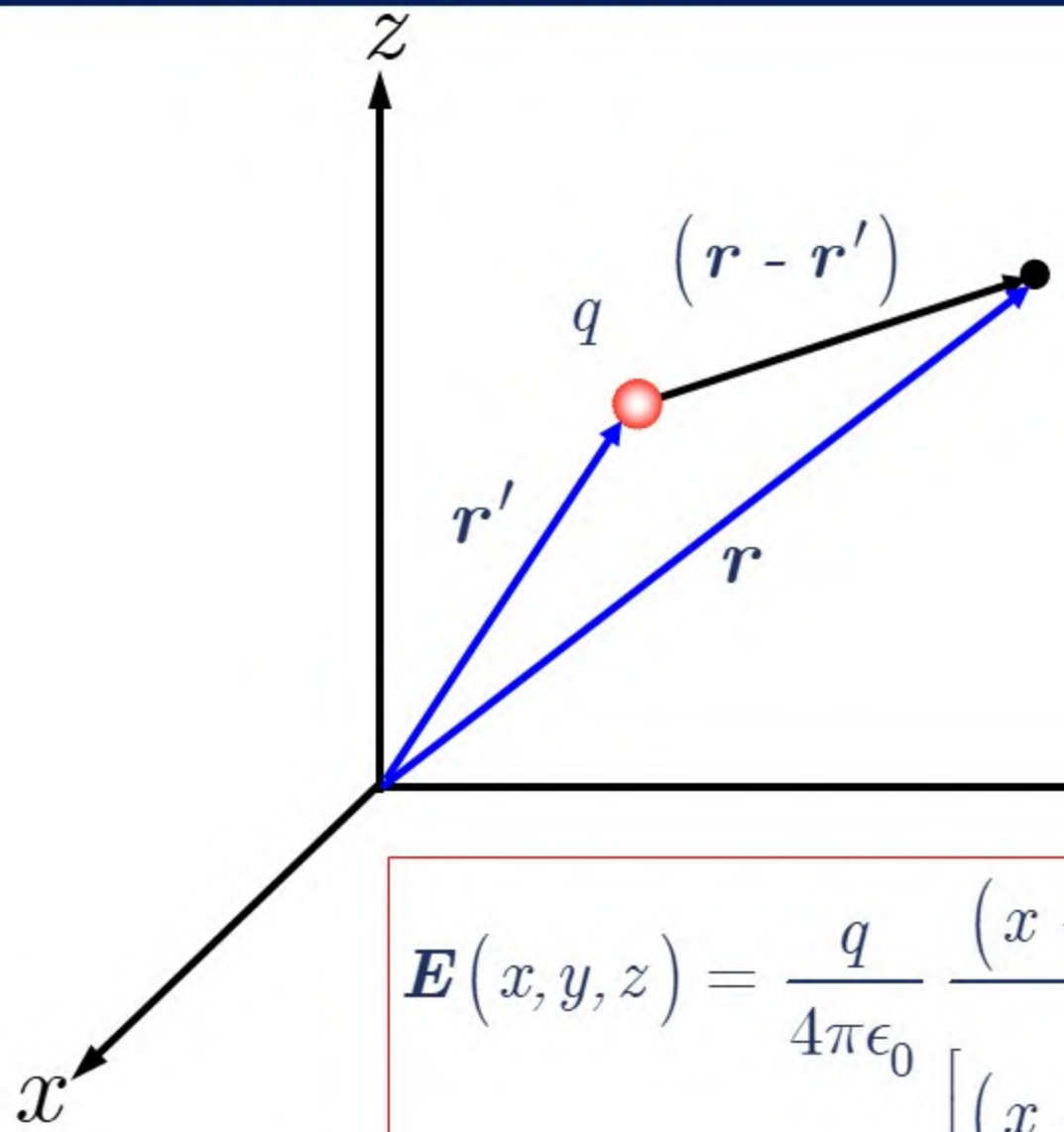


$$\boldsymbol{F}_{q_0} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}$$



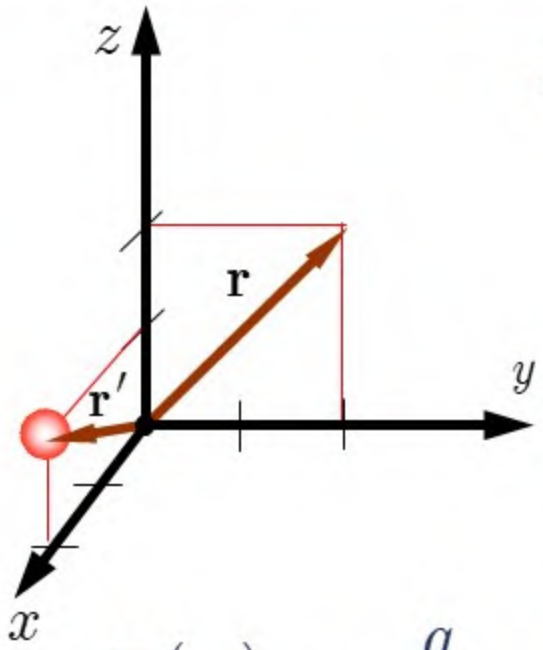
$$\boldsymbol{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}}{r^3} = \frac{-|q|}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}$$


$|E|$
$\propto \frac{1}{r^2}$
r



$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right|^3}$$

$$\boldsymbol{E}(x,y,z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{(x-x')\hat{\boldsymbol{i}} + (y-y')\hat{\boldsymbol{j}} + (z-z')\hat{\boldsymbol{k}}}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$



مثال: بار نقطه‌ای یک نانو کولن در نقطه‌ی (۱, ۰, ۲) بر حسب متر قرار دارد. میدان الکتریکی را در نقطه‌ی (۲, ۲, ۰) به دست آورید.

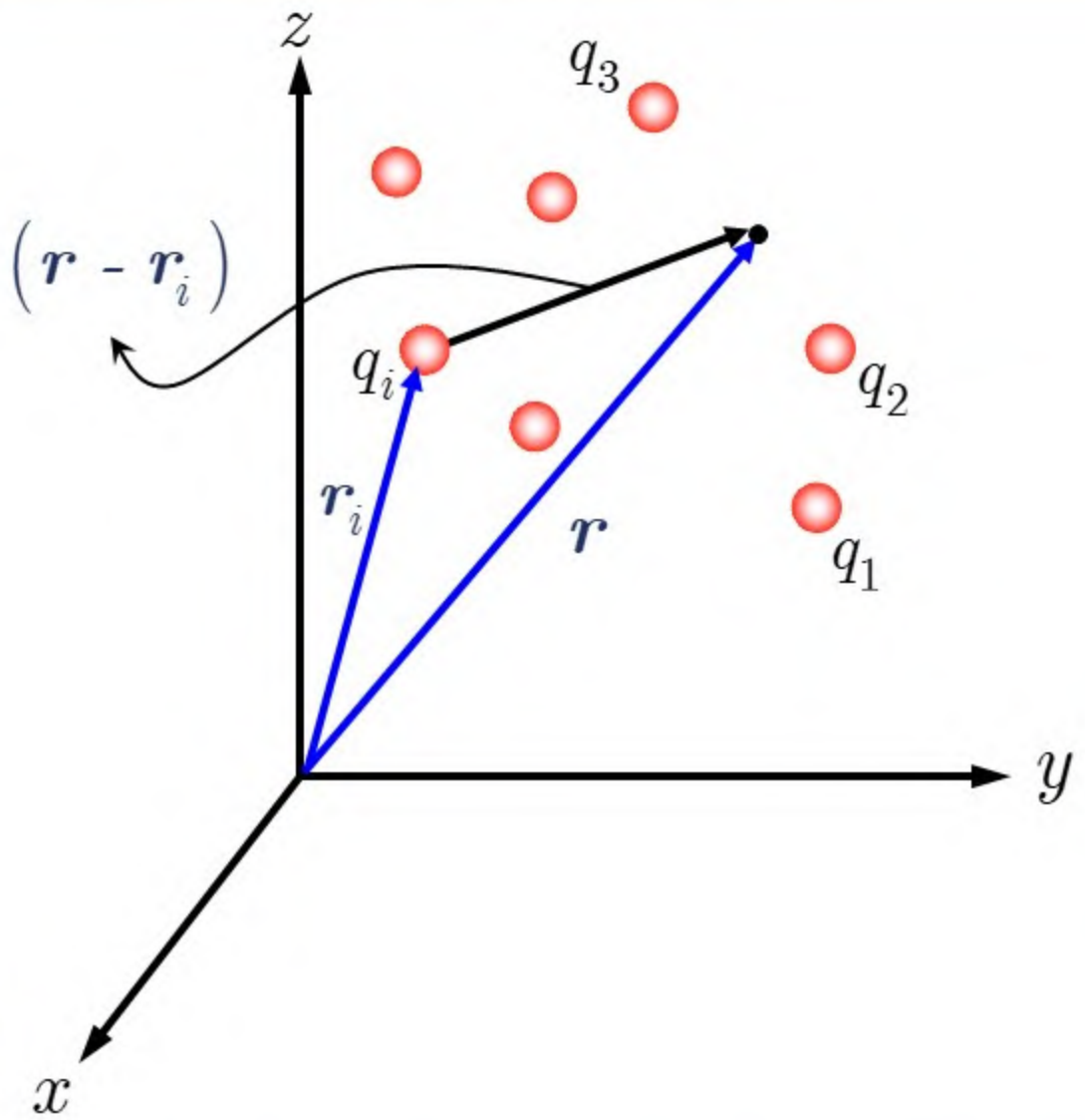
$$\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}' = \left(2\hat{\boldsymbol{j}}+2\hat{\boldsymbol{k}}\right)-\left(2\hat{\boldsymbol{i}}+\hat{\boldsymbol{k}}\right) = -2\hat{\boldsymbol{i}}+2\hat{\boldsymbol{j}}+\hat{\boldsymbol{k}}$$

$$\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}\right| = \sqrt{(-2)^2+(2)^2+(1)^2} = 3$$

$$\boldsymbol{E}\left(\boldsymbol{r}\right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right|^3} = \left(9\times10^9\,\frac{\mathrm{N-m^2}}{\mathrm{C^2}}\right)\left(1\times10^{-9}\,\mathrm{C}\right)\frac{\left(-2\hat{\boldsymbol{i}}+2\hat{\boldsymbol{j}}+\hat{\boldsymbol{k}}\right)\mathrm{m}}{\left(3\mathrm{m}\right)^3}$$

$$\boldsymbol{E} = \left(-\frac{2}{3}\hat{\boldsymbol{i}}+\frac{2}{3}\hat{\boldsymbol{j}}+\frac{1}{3}\hat{\boldsymbol{k}}\right)\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

$$E_x = \left(-\frac{2}{3}\right)\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$
$$E_y = \left(\frac{2}{3}\right)\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$
$$E_z = \left(\frac{1}{3}\right)\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$



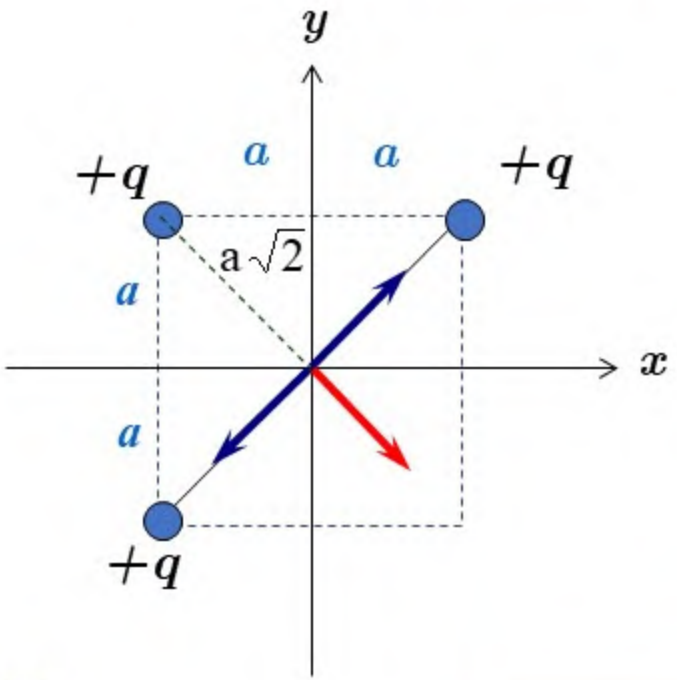
$$\boldsymbol{E}_i(\boldsymbol{r}) = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i}{\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i\right|^3}$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{E}_i(\boldsymbol{r}) = \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i}{\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i\right|^3}$$

مثال: در شکل زیر میدان الکتریکی را در مبدأ مختصات پیدا کنید

بارهای گوشه ی سمت راست بالا و سمت چپ پایین، در مبدأ مختصات میدان‌های یکدیگر را خنثی می کنند

پس میدان کل ناشی از بار گوشه ی سمت چپ بالا ست



مؤلفه های میدان عبارتنداز

$$E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{2a^2}\frac{1}{\sqrt{2}}$$

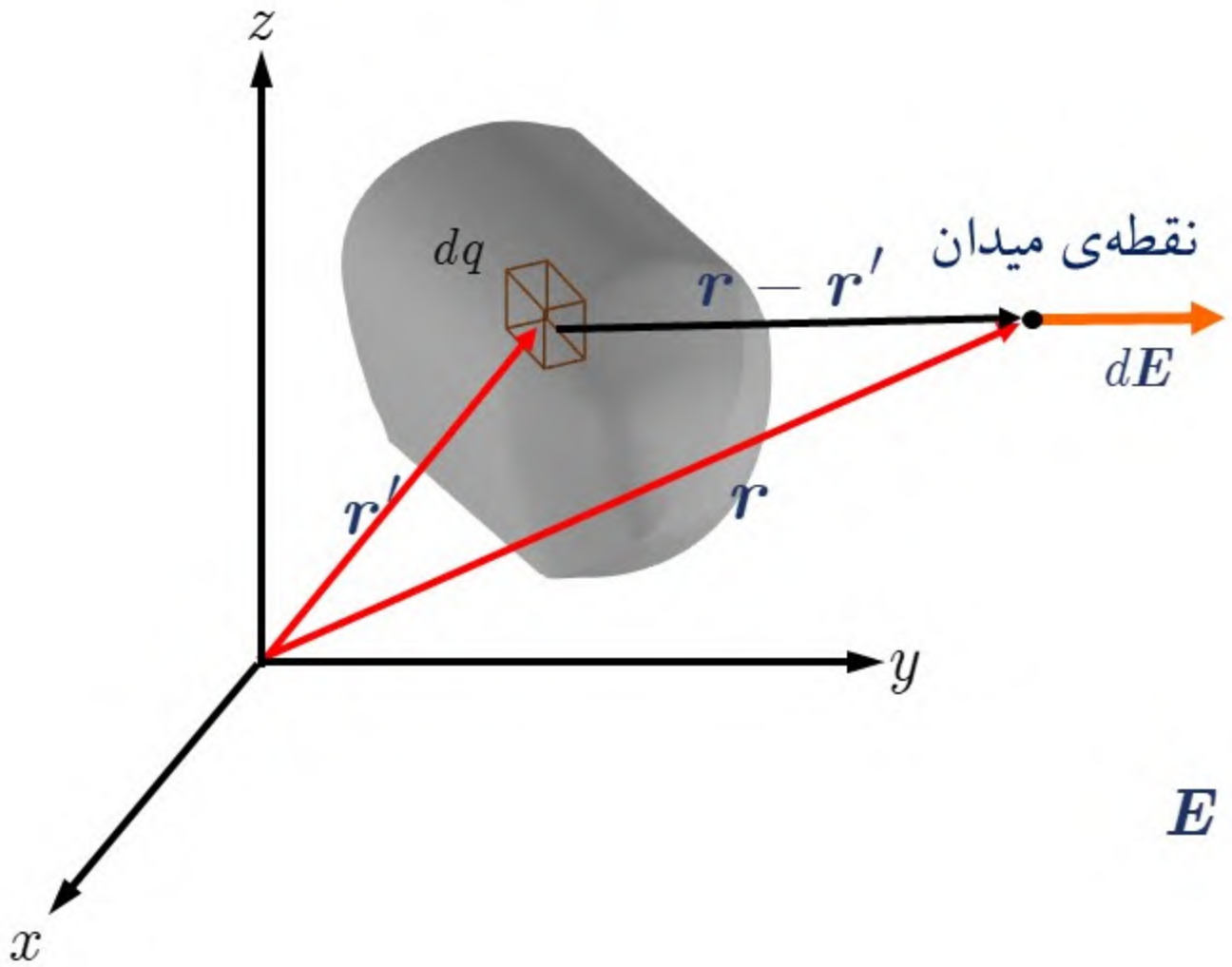
$$E_y = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{2a^2}\frac{1}{\sqrt{2}}$$

اگر بار Q را در مبدأ مختصات قرار دهیم چه نیرویی به آن وارد می‌شود؟

$$F_x = QE_x = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{2\sqrt{2}a^2}$$

$$F_y = QE_y = -\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{2\sqrt{2}a^2}$$

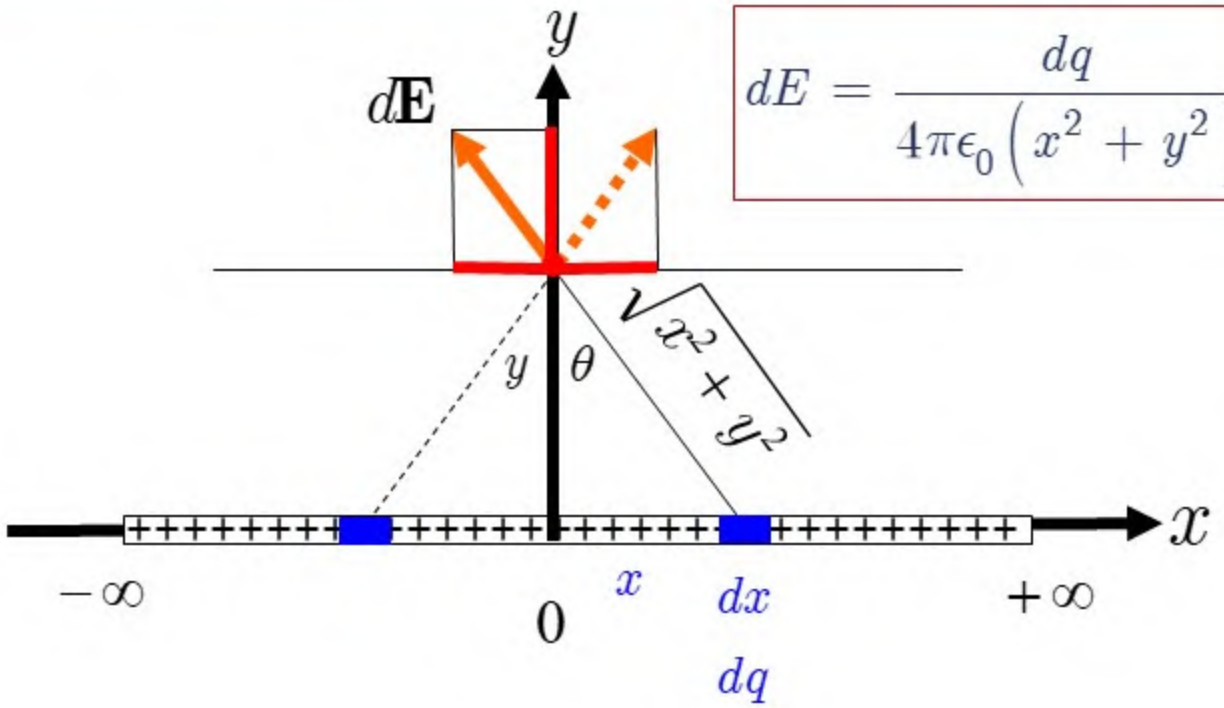
دانشگاه خوارزمی



$$d\boldsymbol{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0}\frac{\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right)}{\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right|^3}$$

$$\boldsymbol{E} = \int d\boldsymbol{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0}\frac{\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right)}{\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right|^3}$$

مثال: بار الکتریکی به طور یکنواخت با چگالی λ بر محور x توزیع شده است. میدان الکتریکی را در نقطه ی $(0,y)$ پیدا کنید.



$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0\left(x^2+y^2\right)}$$

$$E_x = \int dE_x = \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} dE\sin\theta = 0$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} dE\cos\theta$$

$$E_y = \int_{x=0}^{x=+\infty} 2dE\cos\theta$$

$$E_y = \int_{x=0}^{x=+\infty} 2\frac{dq}{4\pi\epsilon_0\left(x^2+y^2\right)}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{2y}{4\pi\epsilon_0}\int_{x=0}^{x=+\infty}\frac{\lambda dx}{\left(x^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = E_y = \frac{2y}{4\pi\epsilon_0}\int_{x=0}^{x=+\infty}\frac{\lambda dx}{\left(x^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

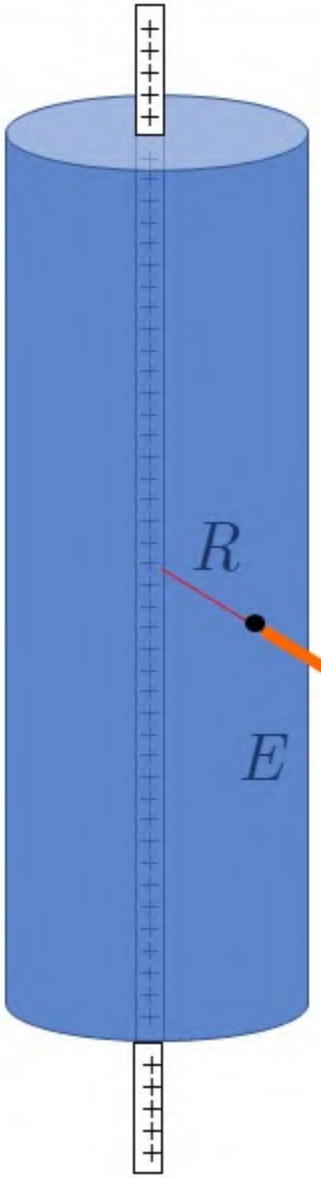
$$x = y\tan\theta$$

$$dx = y(1+\tan^2\theta)d\theta$$

$$E = \frac{2y\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}}\frac{y(1+\tan^2\theta)d\theta}{\left(y^2\tan^2\theta+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{2y^2\lambda}{4\pi\epsilon_0 y^3}\int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}}\frac{d\theta}{\left(\tan^2\theta+1\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2y^2\lambda}{4\pi\epsilon_0 y^3}\int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}}\cos\theta d\theta$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y}$$



$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

شاد و مهربان باشید