

Fundamentals of Physics II

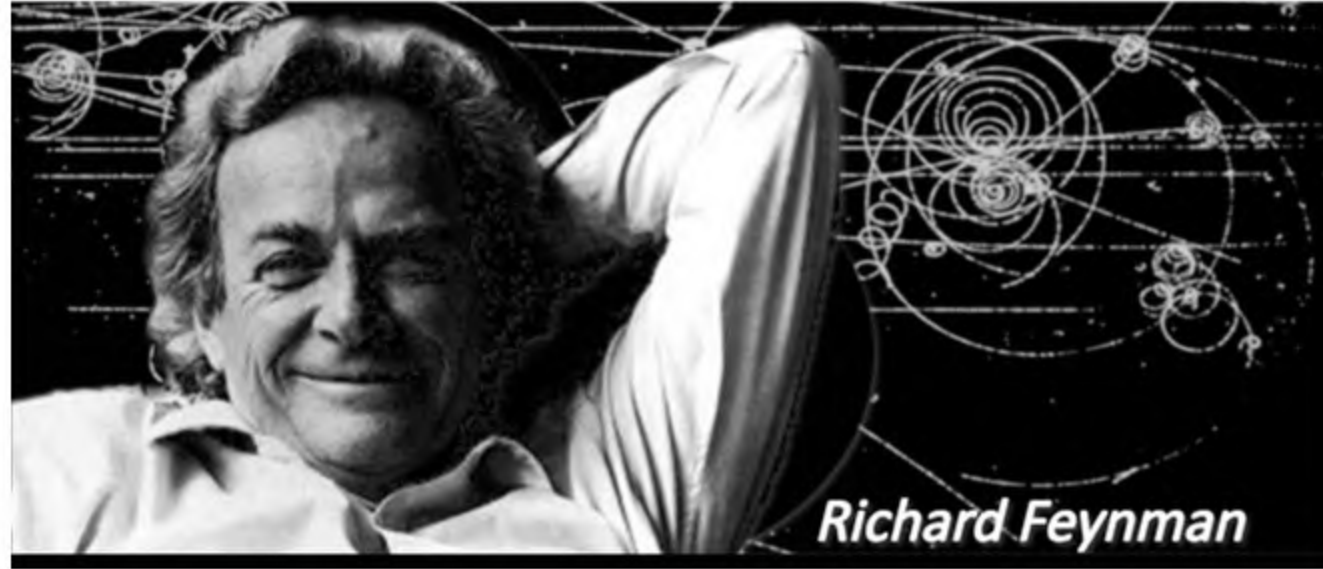
Faculty of Physics-Kharazmi University

Dr. Faramarz Kanjouri

Spring 2023

دانشگاه خوارزمی





اگر همواره مانند گذشته بیندیشید، همیشه همان چیزهایی را
به دست می آورید که تا کنون کسب کرده اید

فاینمن



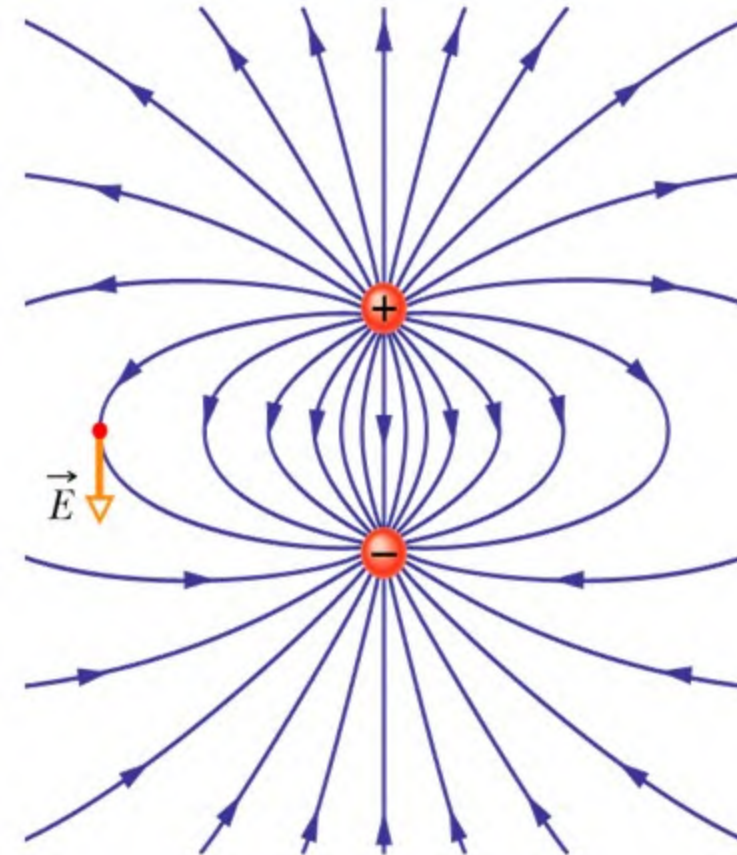
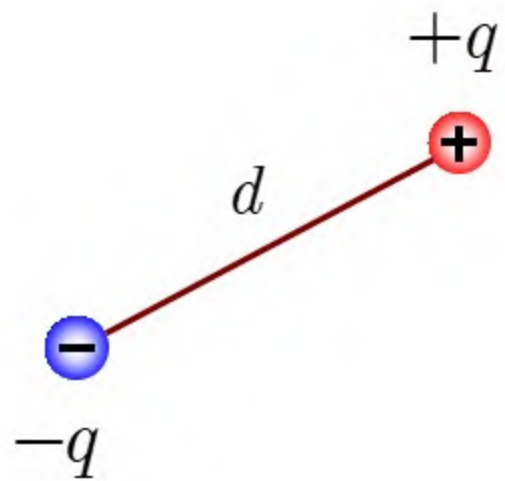
درس سیزدهم

دوقطبی الکتریکی

Electric Dipole

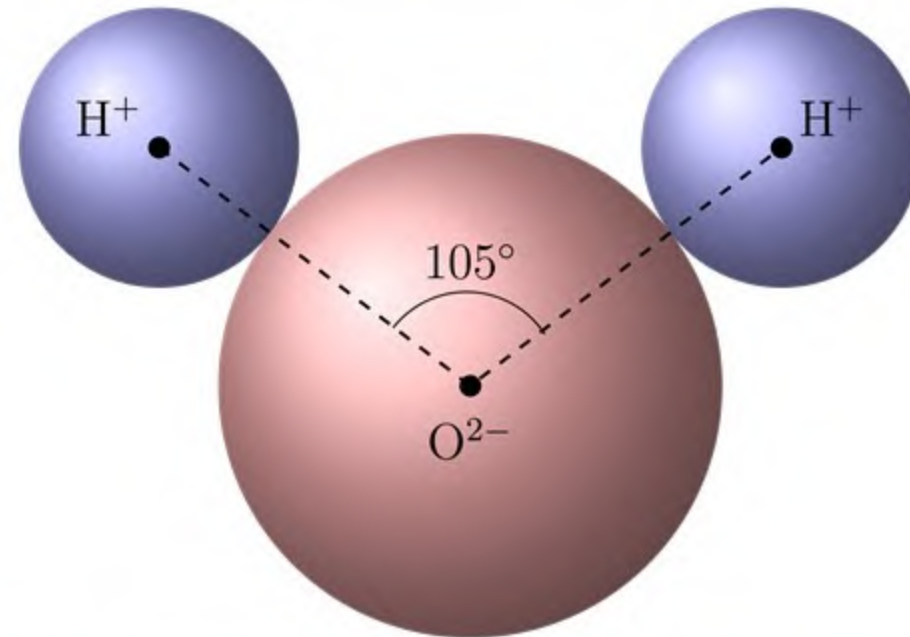


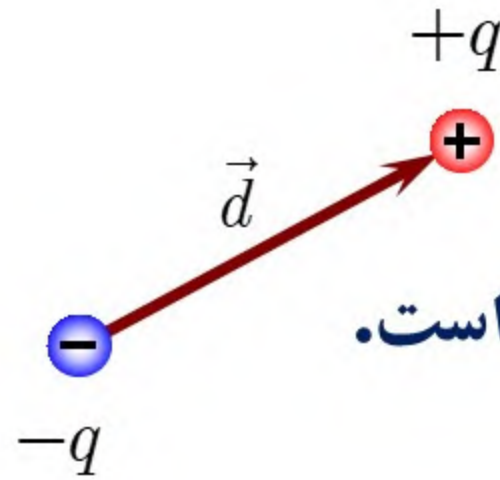
دستگاهی متشکل از دو بار نقطه‌ای مساوی و ناهمنام



بار خالص دو قطبی صفر است اما در فضای اطراف آن میدان الکتریکی وجود دارد.

برخی از مولکول‌ها مانند مولکول آب از لحاظ بار الکتریکی متقارن نیستند و یک دو قطبی تشکیل می‌دهند. بنابراین مطالعه‌ی دو قطبی‌ها برای مطالعه‌ی مولکول‌ها و برهم‌کنش بین آن‌ها مفید است.



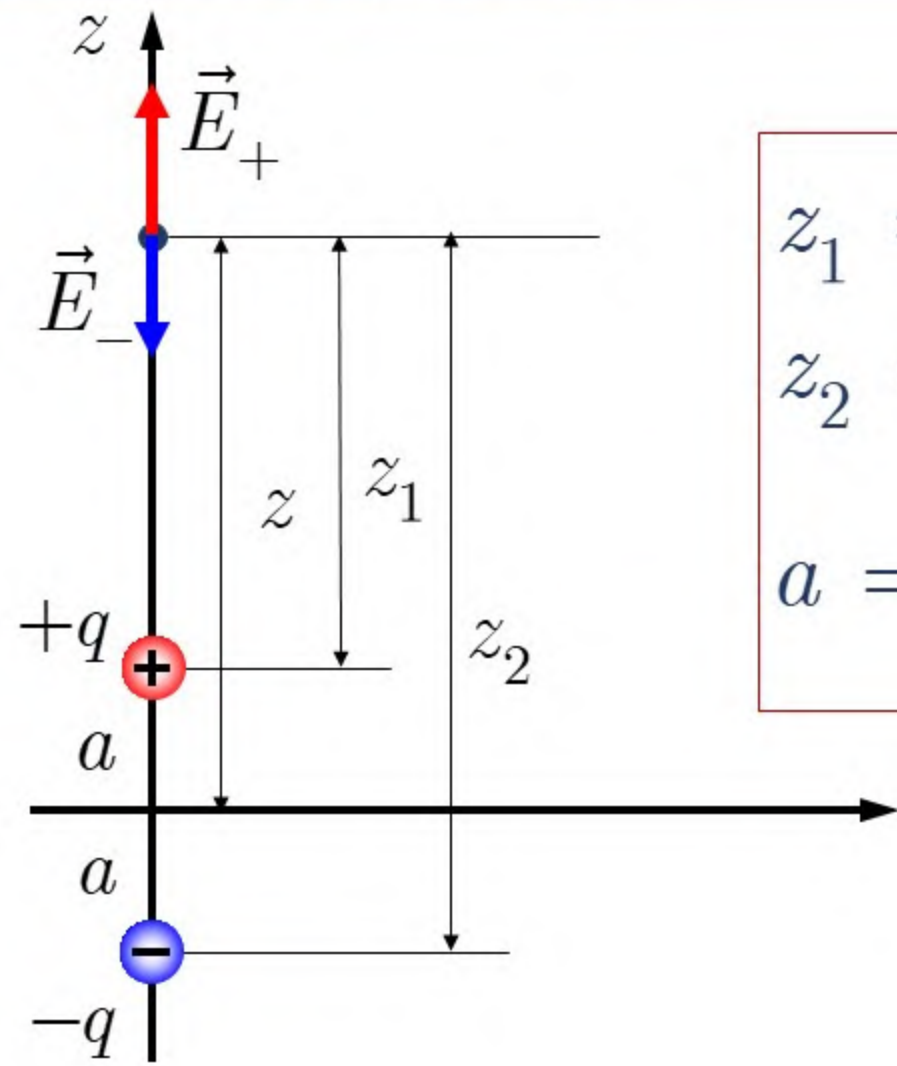


بردار \vec{d} فاصله‌ی نسبی دو بار، از بار منفی به بار مثبت است.

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

مولکول	p بر حسب C.m
HCl	3.34×10^{-30}
HBr	2.60×10^{-30}
HI	1.26×10^{-30}
CO	0.40×10^{-30}
H_2O	6.2×10^{-30}
SH_2	5.3×10^{-30}
SO_2	5.3×10^{-30}
NH_3	5.0×10^{-30}
C_2H_5OH	3.66×10^{-30}
CO_2, H_2, CH_4	0





الف) میدان الکتریکی دو قطبی در امتداد محور آن

$$z_1 = z - a$$

$$z_2 = z + a$$

$$a = \frac{d}{2}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

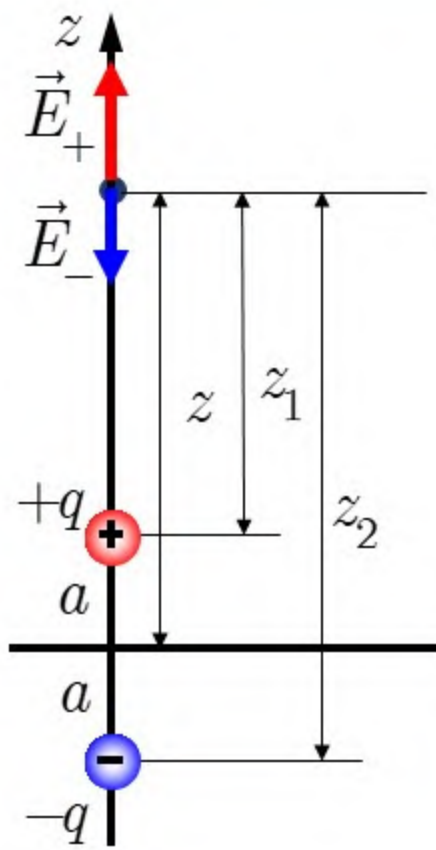
برای $z > 0$

$$\vec{E}_+ = E_+ \hat{k}$$

$$\vec{E}_- = -E_- \hat{k}$$

$$\vec{E} = (E_+ - E_-) \hat{k}$$





$$E_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{z_1^2}$$

$$E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{z_2^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{z_1^2} - \frac{1}{z_2^2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(z-a)^2} - \frac{1}{(z+a)^2} \right)$$

$$\frac{1}{(z-a)^2} = \frac{1}{z^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{a}{z}\right)^2} = \frac{1}{z^2} \left(1 - \frac{a}{z}\right)^{-2}$$

$$\frac{1}{(z+a)^2} = \frac{1}{z^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{a}{z}\right)^2} = \frac{1}{z^2} \left(1 + \frac{a}{z}\right)^{-2}$$

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots$$



$$\frac{1}{(z-a)^2} = \frac{1}{z^2} \left(1 - \frac{a}{z}\right)^{-2} = \frac{1}{z^2} \left[1 + (-2) \left(-\frac{a}{z}\right) + \dots\right]$$

$$\frac{1}{(z+a)^2} = \frac{1}{z^2} \left(1 + \frac{a}{z}\right)^{-2} = \frac{1}{z^2} \left[1 + (-2) \left(\frac{a}{z}\right) + \dots\right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(z-a)^2} - \frac{1}{(z+a)^2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{z^2} \left(2 \frac{2a}{z} \right)$$

$$2a = d, \quad qd = p$$

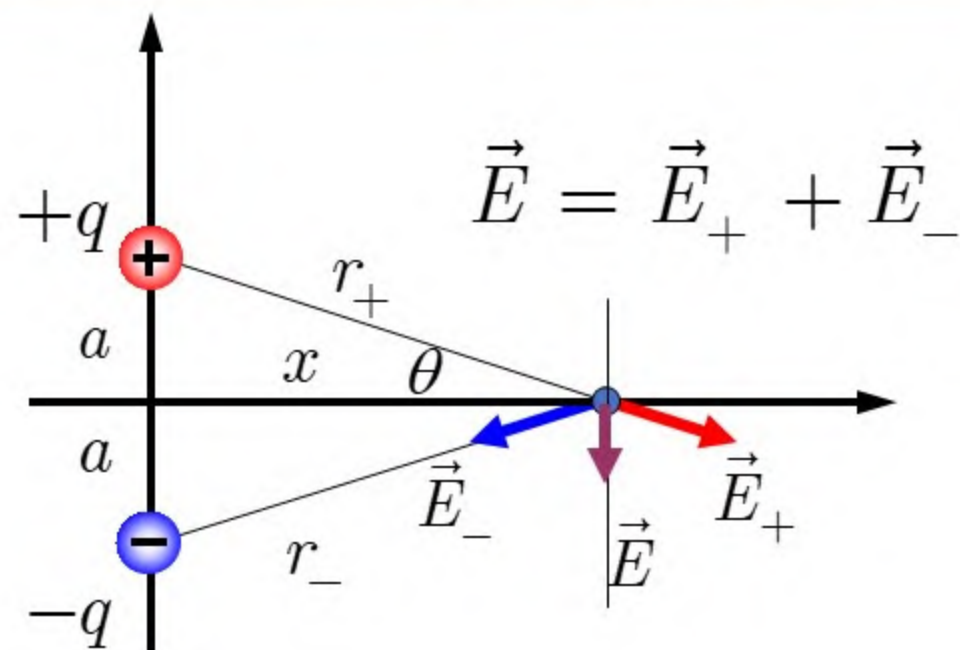
$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3}$$

توجه

$$E \propto \frac{1}{r^2} \quad \text{میدان الکتریکی بار نقطه‌ای (تک قطبی)}$$

$$E \propto \frac{1}{r^3} \quad \text{میدان الکتریکی دو قطبی نقطه‌ای}$$





(ب) میدان دو قطبی در نقطه‌ای روی خط عمود بر محور آن

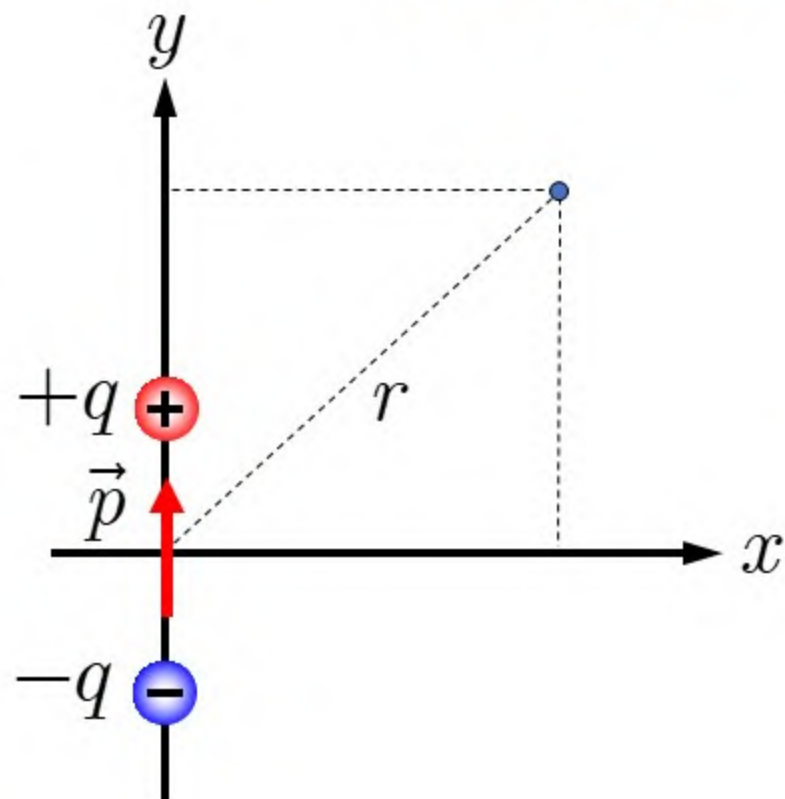
$$r_+ = r_- = \sqrt{a^2 + x^2}$$

$$E_+ = E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a^2 + x^2}$$

$$E = 2E_+ \sin \theta = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0} \frac{a}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{if } x \gg a \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3}$$

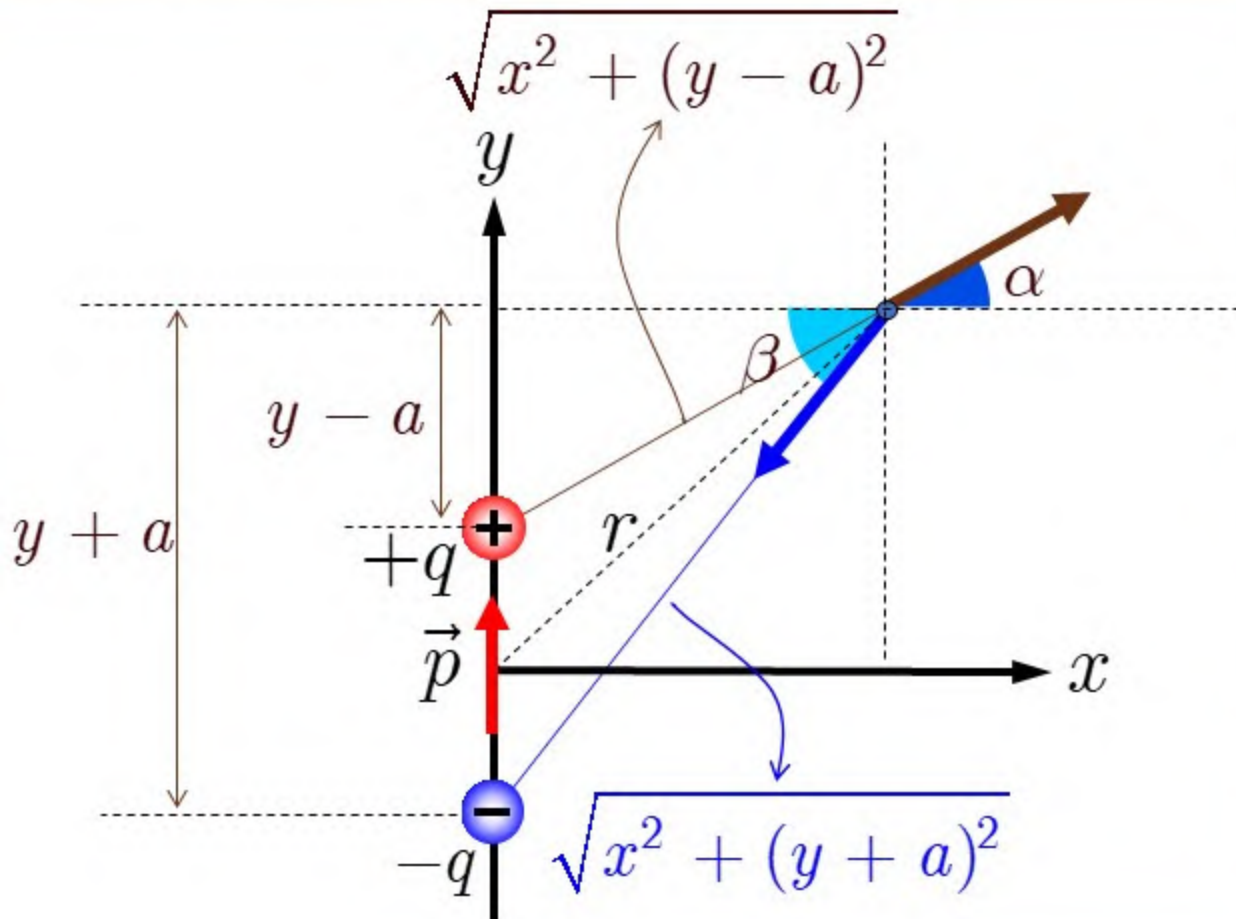
میدان الکتریکی ناشی از یک دو قطبی نقطه‌ای را در یک نقطه‌ی دلخواه به مختصات (x, y) پیدا کنید



جواب:

$$E_x = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{3xy}{(x^2 + y^2)^{\frac{5}{2}}}$$

$$E_y = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{2y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^{\frac{5}{2}}}$$



$$E^+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{[x^2 + (y - a)^2]}$$

$$E_x^+ = E^+ \cos \alpha = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{[x^2 + (y - a)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$E^- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{[x^2 + (y + a)^2]}$$

$$E_x^- = E^- \cos \beta = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{[x^2 + (y + a)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_x = E_x^+ - E_x^- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{[x^2 + (y - a)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{[x^2 + (y + a)^2]^{\frac{3}{2}}}$$



$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{\left[x^2 + (y - a)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{\left[x^2 + (y + a)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{\left[x^2 + y^2 - 2ay + a^2 \right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{\left[x^2 + y^2 + 2ay + a^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left\{ \frac{1}{\left[1 - \frac{2ay}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} \right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{\left[1 + \frac{2ay}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} \right]^{\frac{3}{2}}} \right\}$$



$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left\{ \left[1 - \frac{2ay}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} \right]^{-\frac{3}{2}} - \left[1 + \frac{2ay}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} \right]^{-\frac{3}{2}} \right\}$$

$$\left[1 - \frac{2ay}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} \right]^{-\frac{3}{2}} = 1 + \frac{-\frac{3}{2}}{1!} \left(-\frac{2ay}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} \right) + \dots$$

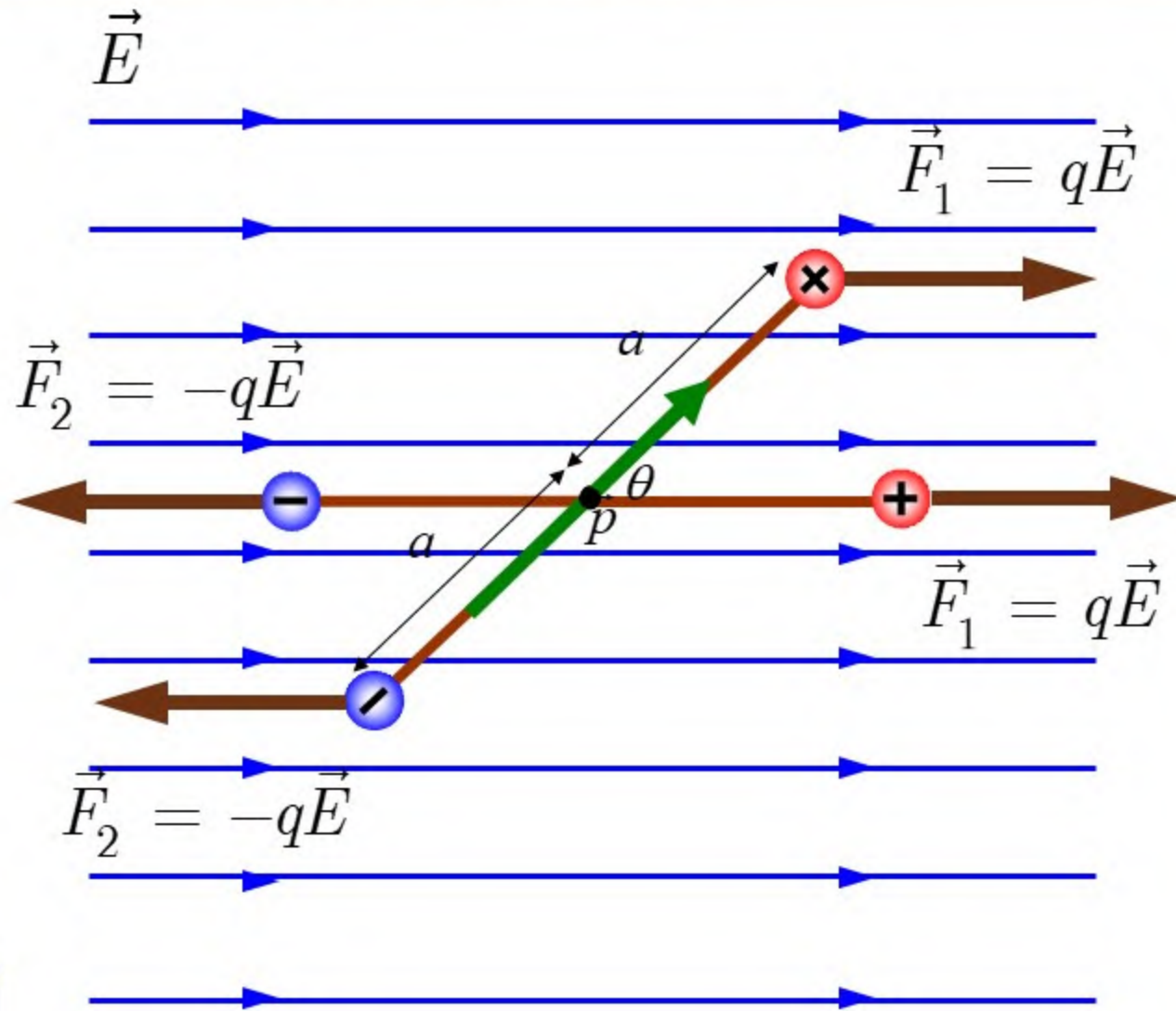
$$\left[1 + \frac{2ay}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} \right]^{-\frac{3}{2}} = 1 + \frac{-\frac{3}{2}}{1!} \left(+\frac{2ay}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} \right) + \dots$$



$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 r^3} \frac{6ay}{r^2}$$

$$E_x = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{3xy}{r^5}$$

$$E_x = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{3xy}{(x^2 + y^2)^{\frac{5}{2}}}$$



$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

$$\tau_1 = F_1 a \sin \theta$$

$$\tau_2 = F_2 a \sin \theta$$

$$\tau_1 = \tau_2 = qEa \sin \theta$$

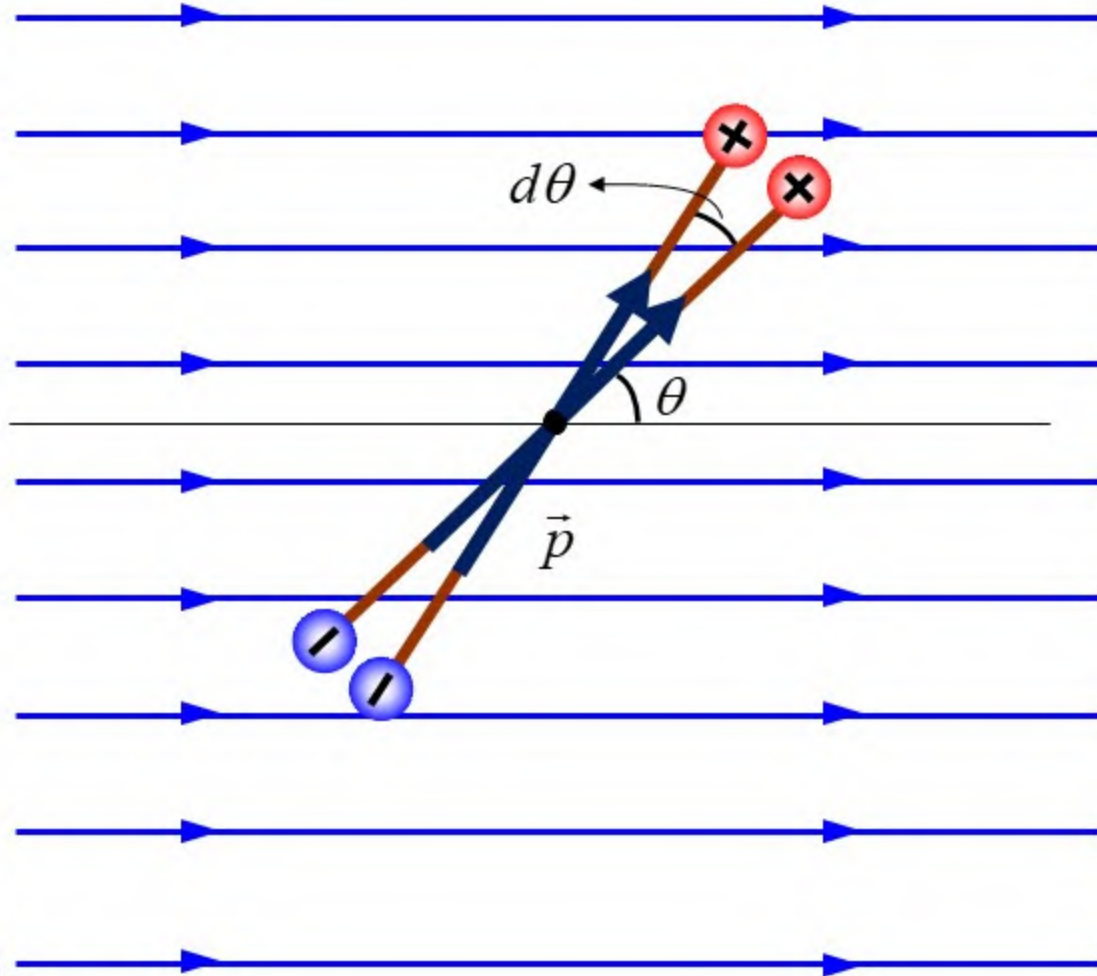
$$\tau_{total} = 2qEa \sin \theta$$

$$\tau_{total} = pE \sin \theta$$

$$\vec{\tau}_{total} = \vec{p} \times \vec{E}$$



$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$



$$dW = \tau d\theta = pE \sin \theta d\theta$$

$$dU = dW = pE \sin \theta d\theta$$

$$U(\theta) - U(\theta_0) = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau d\theta$$

$$U(\theta) - U(\theta_0) = \int_{\theta_0}^{\theta} pE \sin \theta d\theta$$

0

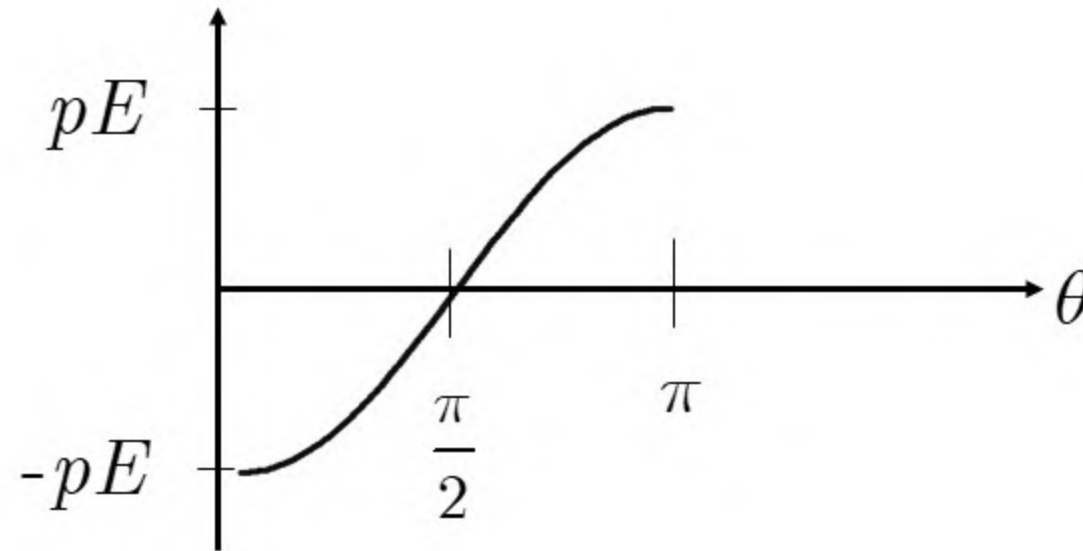
$$U(\theta) = pE (-\cos \theta + \cos \theta_0)$$

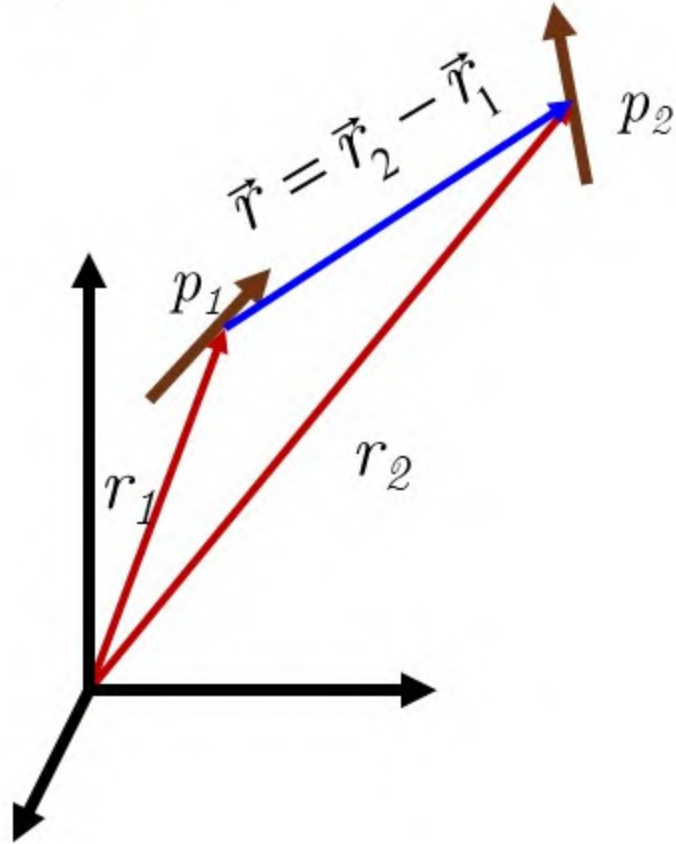
$$\text{if } \theta_0 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow U(\theta) = -pE \cos \theta$$

$$U(\theta) = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$



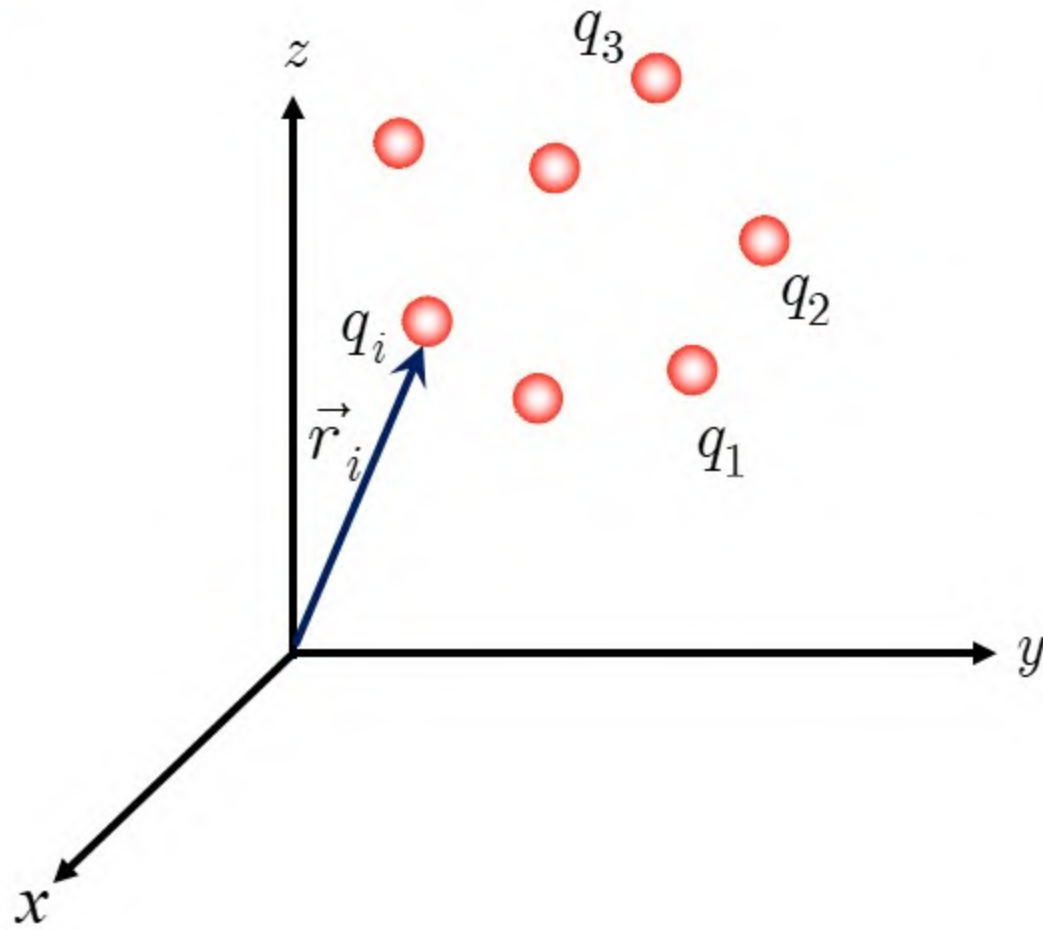
$$U(\theta) = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \theta$$



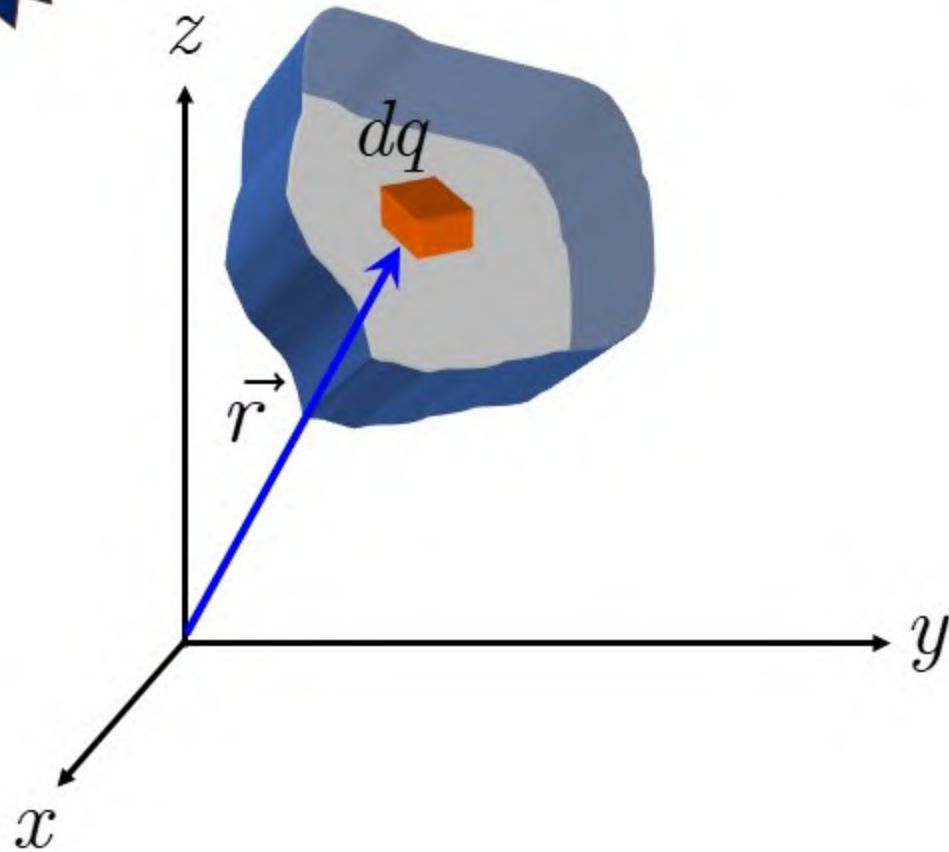


$$U_{21} = -\vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1$$

$$U_{21} = -\frac{3(\vec{p}_1 \cdot \hat{r})(\vec{p}_2 \cdot \hat{r}) - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

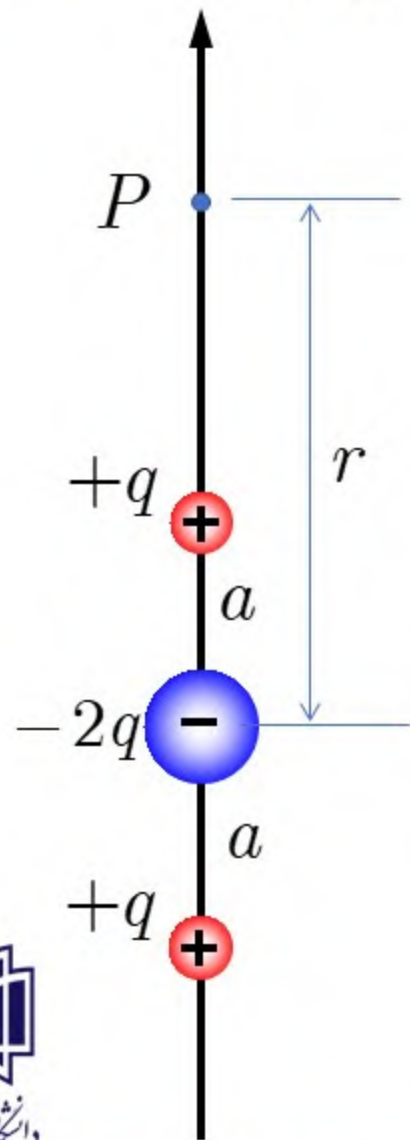


$$\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i$$



$$\vec{p} = \int \vec{r} dq = \int \vec{r} \rho(\vec{r}) dv$$

شکل زیر یک چهار قطبی الکتریکی را نشان می دهد. میدان الکتریکی را در نقطه P پیدا کنید. فرض کنید $r \gg a$



$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{(r-a)^2} - \frac{2q}{r^2} + \frac{q}{(r+a)^2} \right]$$

$$\frac{1}{(r-a)^2} = \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{a}{r} \right)^{-2} = \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{-2}{1!} \left(-\frac{a}{r} \right) + \frac{(-2)(-3)}{2!} \left(-\frac{a}{r} \right)^2 + \dots \right)$$

$$\frac{1}{(r+a)^2} = \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{a}{r} \right)^{-2} = \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{-2}{1!} \left(\frac{a}{r} \right) + \frac{(-2)(-3)}{2!} \left(\frac{a}{r} \right)^2 + \dots \right)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{6a^2}{r^4} \right]$$

$$Q = 2qa^2$$

$$E = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 r^4}$$



شاد و مهربان باشید

