

# Fundamentals of Physics II

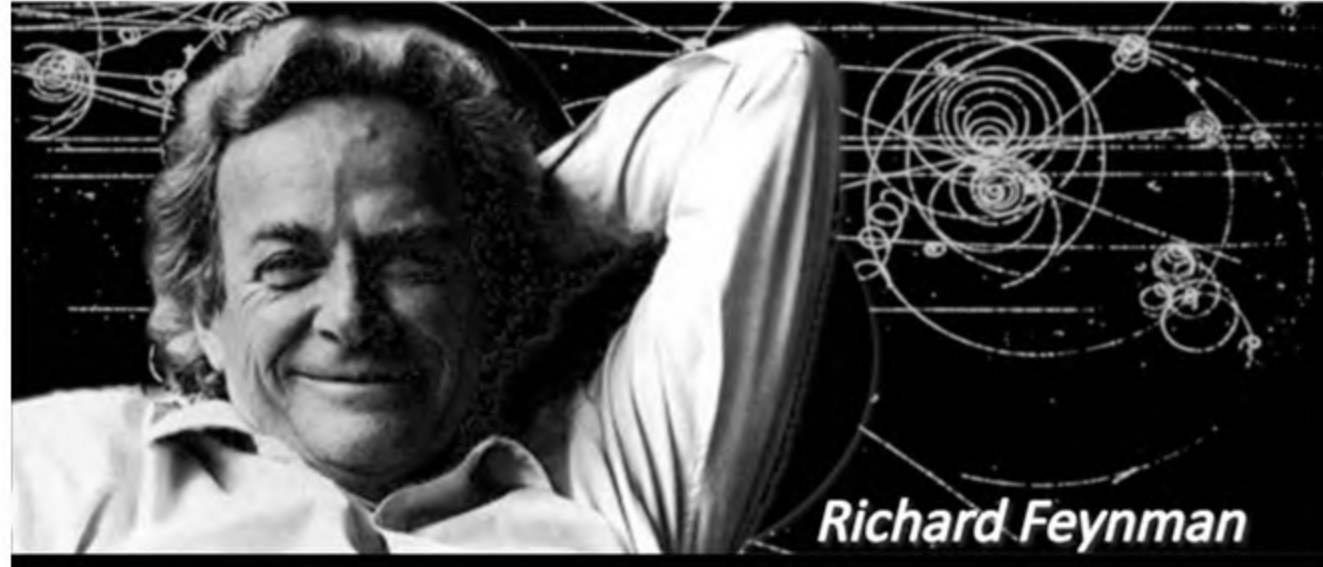
Faculty of Physics-Kharazmi University

Dr. Faramarz Kanjouri

Spring 2023

دانشگاه خوارزمی





اگر همواره مانند گذشته بیندیشید، همیشه همان چیزهایی را  
به دست می آورید که تا کنون کسب کرده اید

فاینمن



---

درس پانزدهم

قانون گوس - حل مسئله

Gauss' Law-Solved Problems

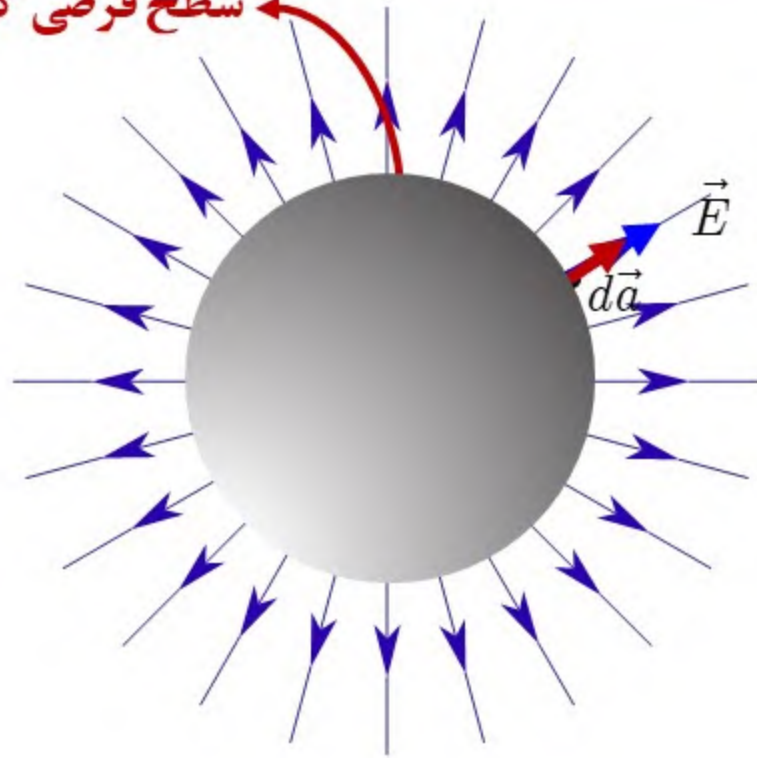
---



- محاسبه‌ی میدان الکتریکی ناشی از یک **بار نقطه‌ای**
- محاسبه‌ی میدان الکتریکی ناشی از یک **توزیع بار کروی**
- محاسبه‌ی میدان الکتریکی ناشی از یک **میله‌ی باردار یکنواخت به طول بی‌نهایت**
- محاسبه‌ی میدان الکتریکی ناشی از یک **توزیع بار استوانه‌ای**
- محاسبه‌ی میدان الکتریکی ناشی از یک **ورقه‌ی باردار یکنواخت با ابعاد بی‌نهایت**
- محاسبه‌ی میدان الکتریکی **روی سطح رساناها**



سطح فرضی گوس



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E da \cos 0 = \frac{q}{\epsilon_0} \quad E \oint da = \frac{q}{\epsilon_0}$$

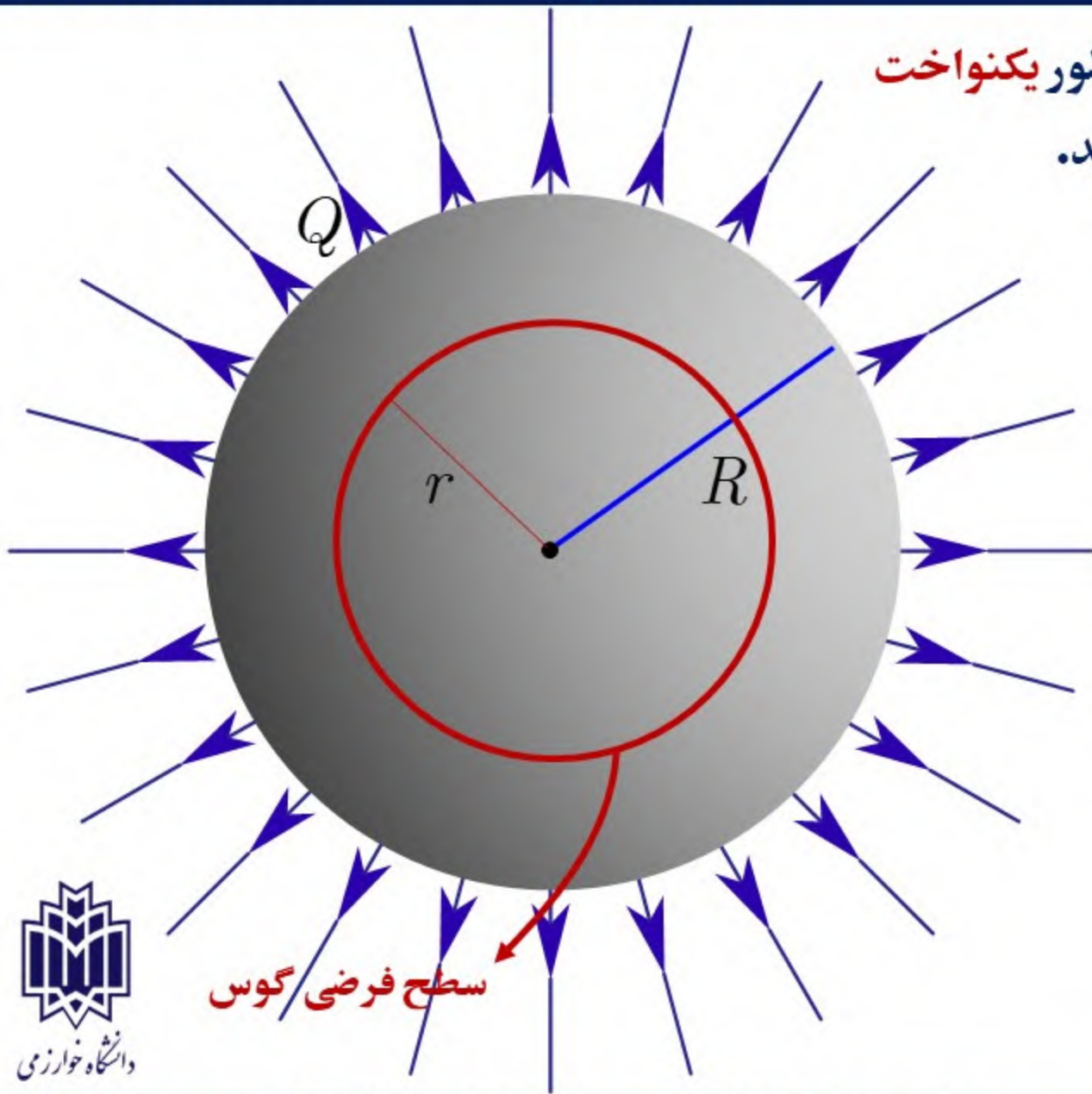
$$E 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$



دانشگاه خوارزمی



بار الکتریکی  $Q$  بر روی یک پوسته‌ی کروی نازک به شعاع  $R$  به طور **یکنواخت** توزیع شده است. میدان الکتریکی را در همه‌ی نقاط فضا پیدا کنید.

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{0}{\epsilon_0}$$

$$\oint E da \cos 0 = 0$$

$$E \oint da = 0$$

$$E = 0 \quad \text{for} \quad r < R$$

الف) نقاط درون کره  
 $r < R$



سطح فرضی / گوس

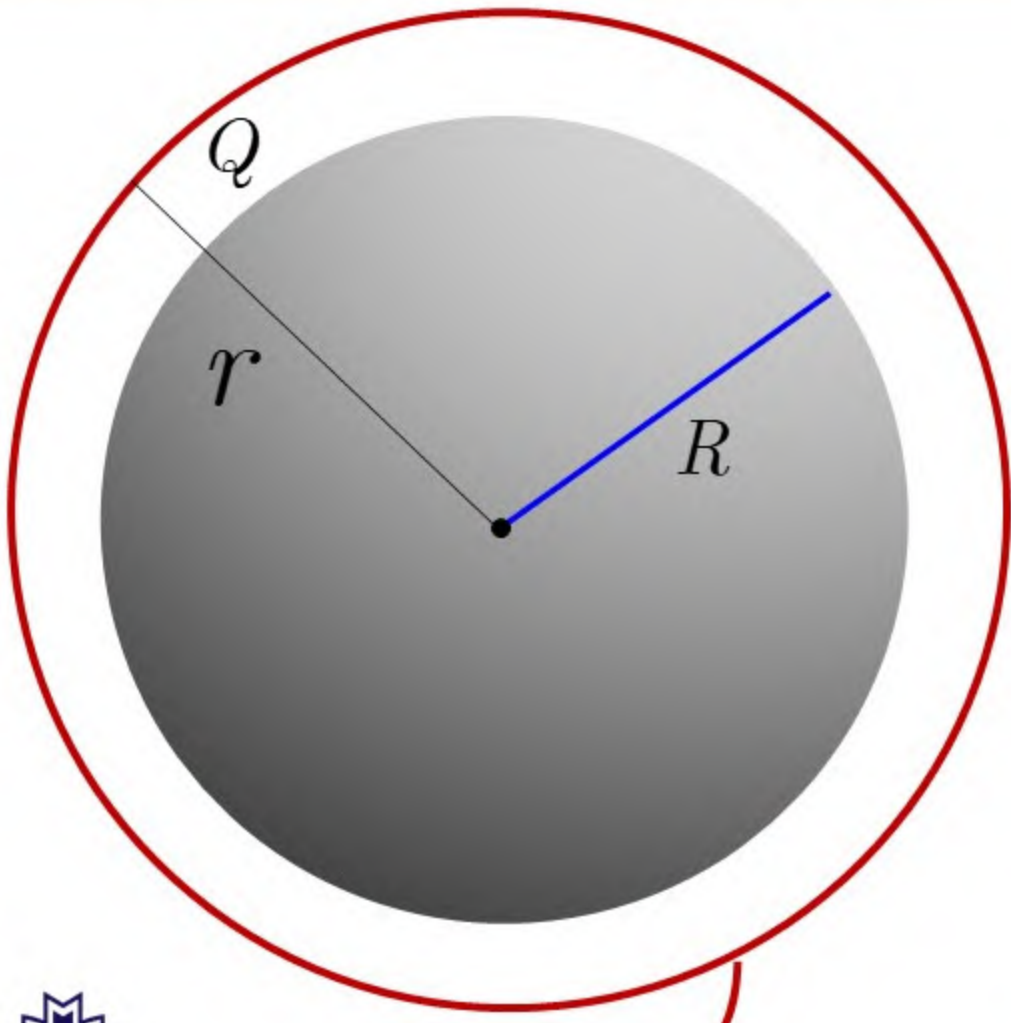
(ب) نقاط خارج کره  
 $r > R$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E da \cos 0 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E \oint da = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

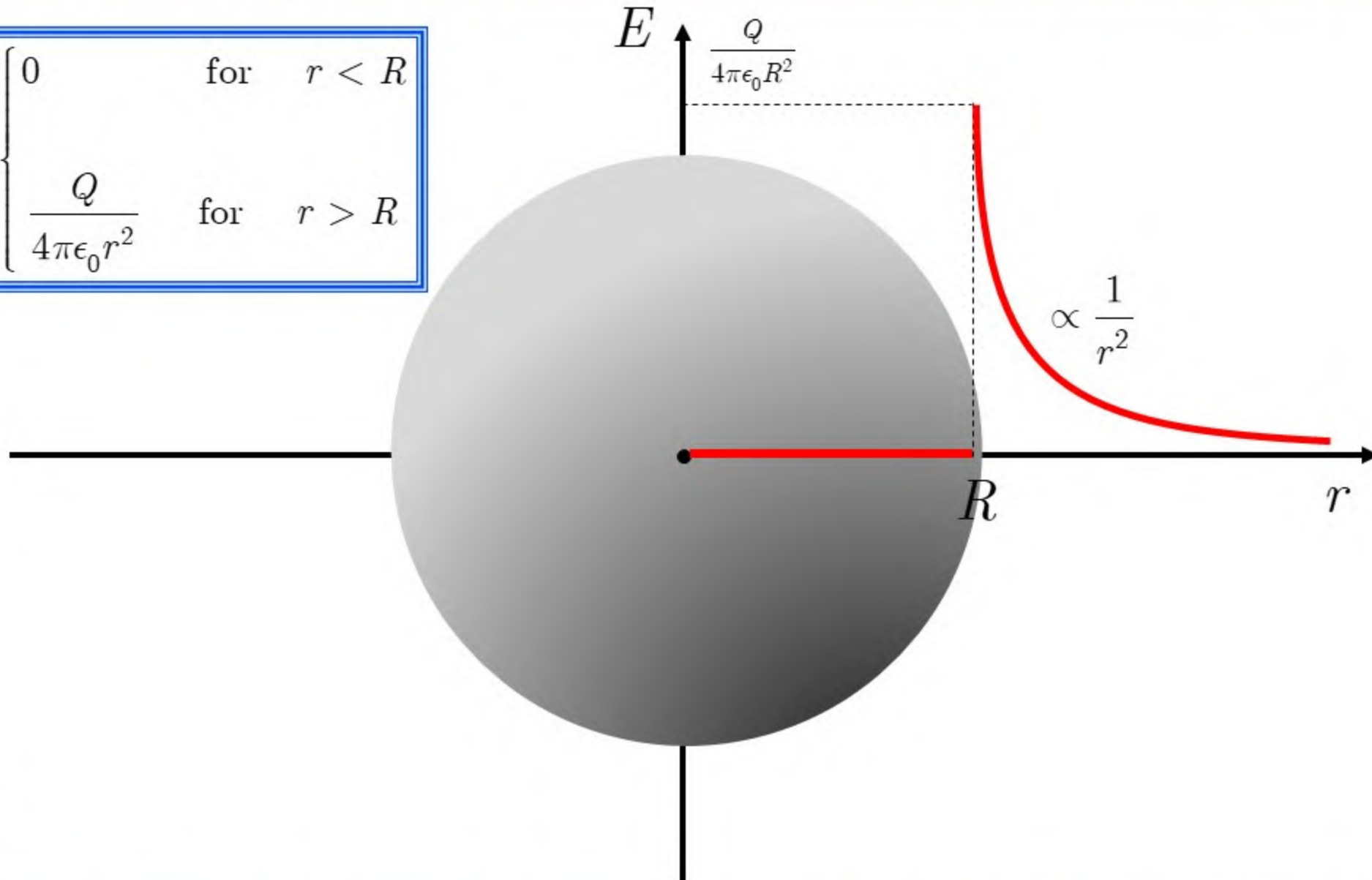
$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \text{for } r > R$$



سطح فرضی گوس



$$E = \begin{cases} 0 & \text{for } r < R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & \text{for } r > R \end{cases}$$





بار الکتریکی  $Q$  درون کره‌ای به شعاع  $R$  به طور یکنواخت توزیع شده است. میدان الکتریکی را در همه‌ی نقاط فضا پیدا کنید.

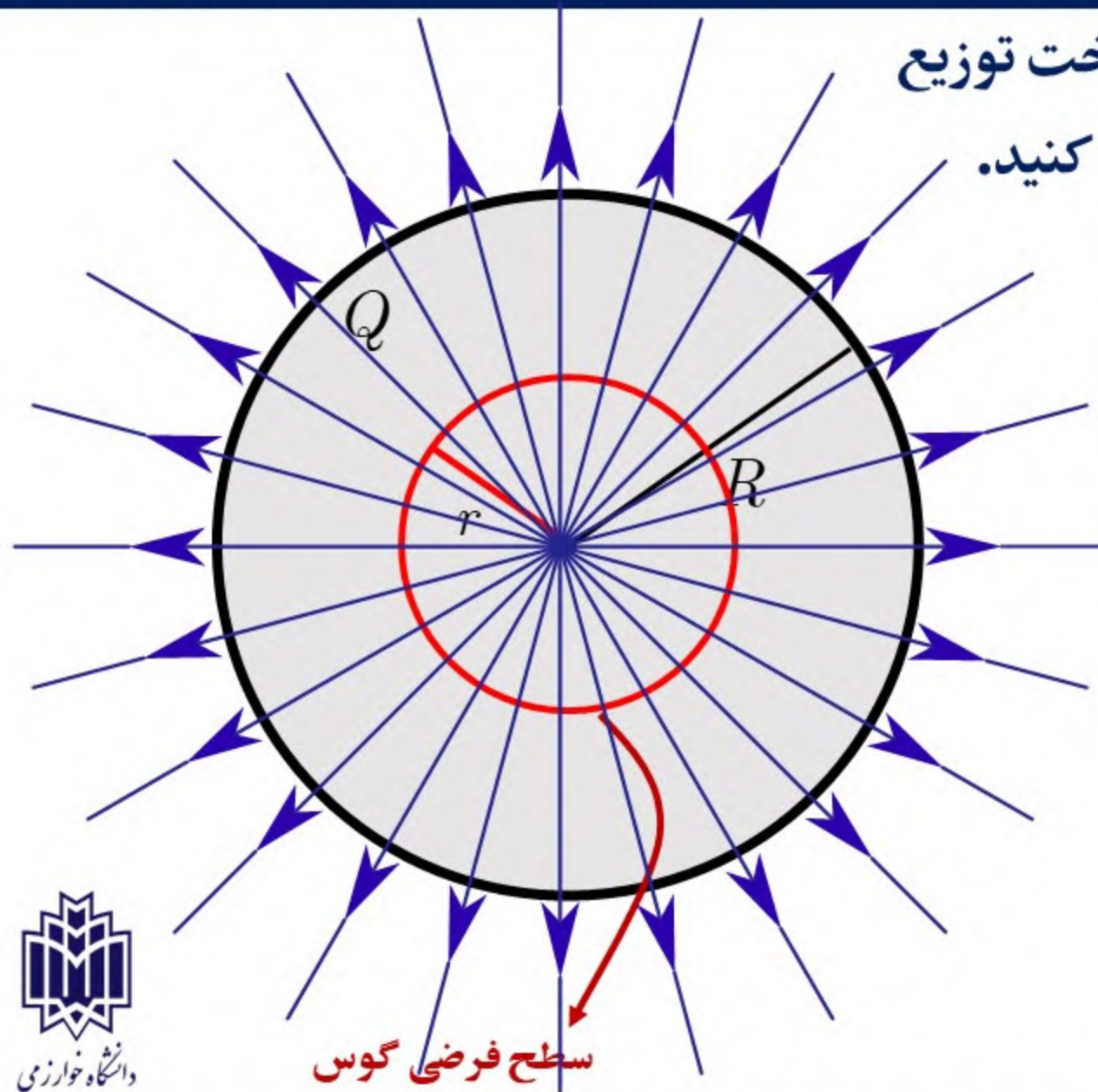
$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

الف) نقاط درون کره  $r < R$

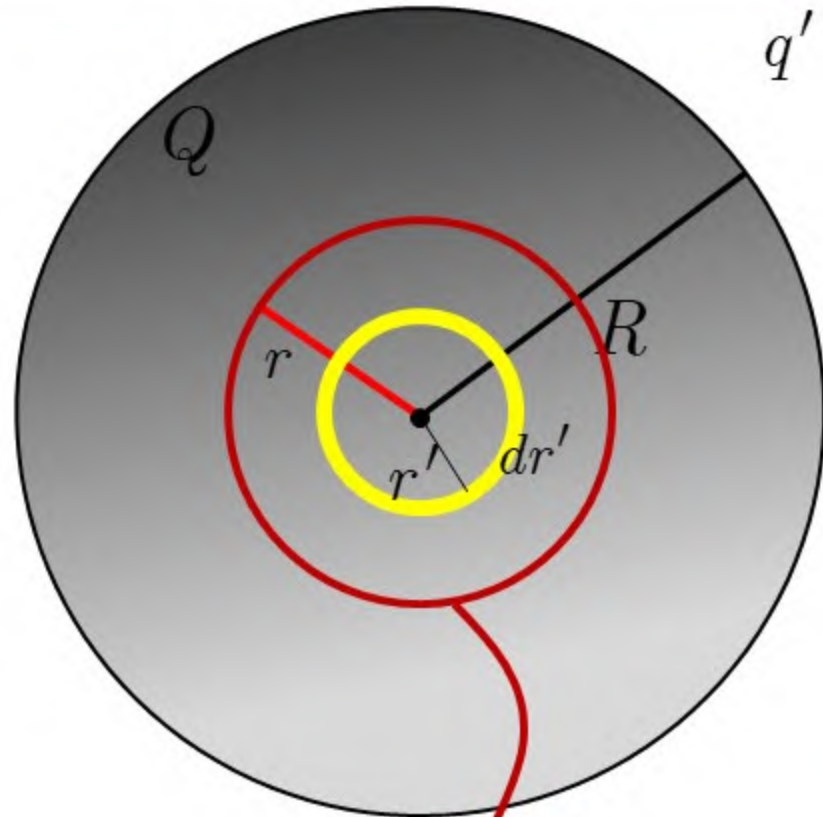
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

$$\oint E da \cos 0 = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

$$E \oint da = \frac{q'}{\epsilon_0}$$



سطح فرضی گوس



$$q' = ?$$

محاسبه‌ی بار درون سطح گوس

$$dq' = \rho dv' = \rho 4\pi r'^2 dr'$$

$$q' = \int dq' = \int \rho 4\pi r'^2 dr' = \rho 4\pi \int r'^2 dr'$$

$$q' = \rho 4\pi \frac{r^3}{3} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{Qr^3}{R^3}$$

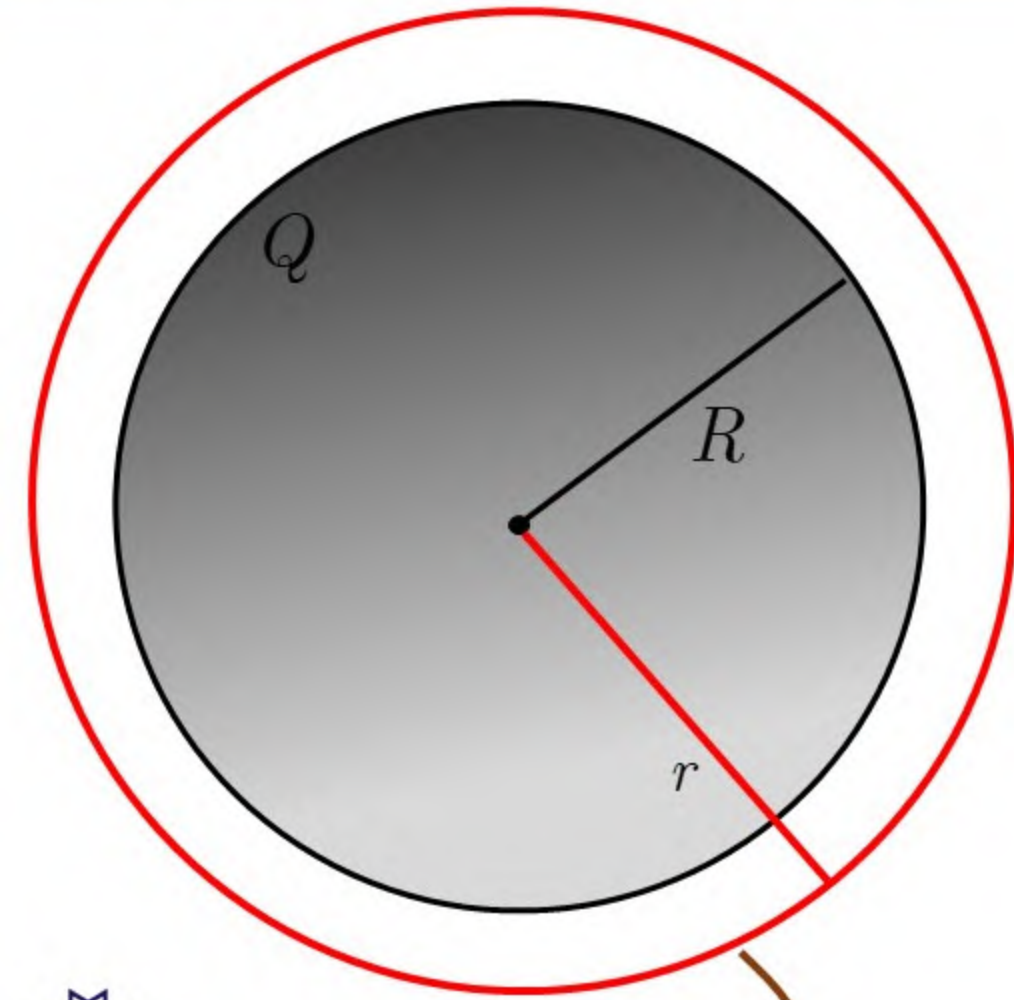
$$E \oint da = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{\rho \frac{4\pi}{3} r^3}{\epsilon_0}$$

سطح فرضی گوس

$$E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho \vec{r}}{3\epsilon_0} \quad \text{for } r < R$$



(ب) نقاط خارج کره

$$r > R$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E da \cos 0 = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\rho 4\pi R^3}{\epsilon_0}$$

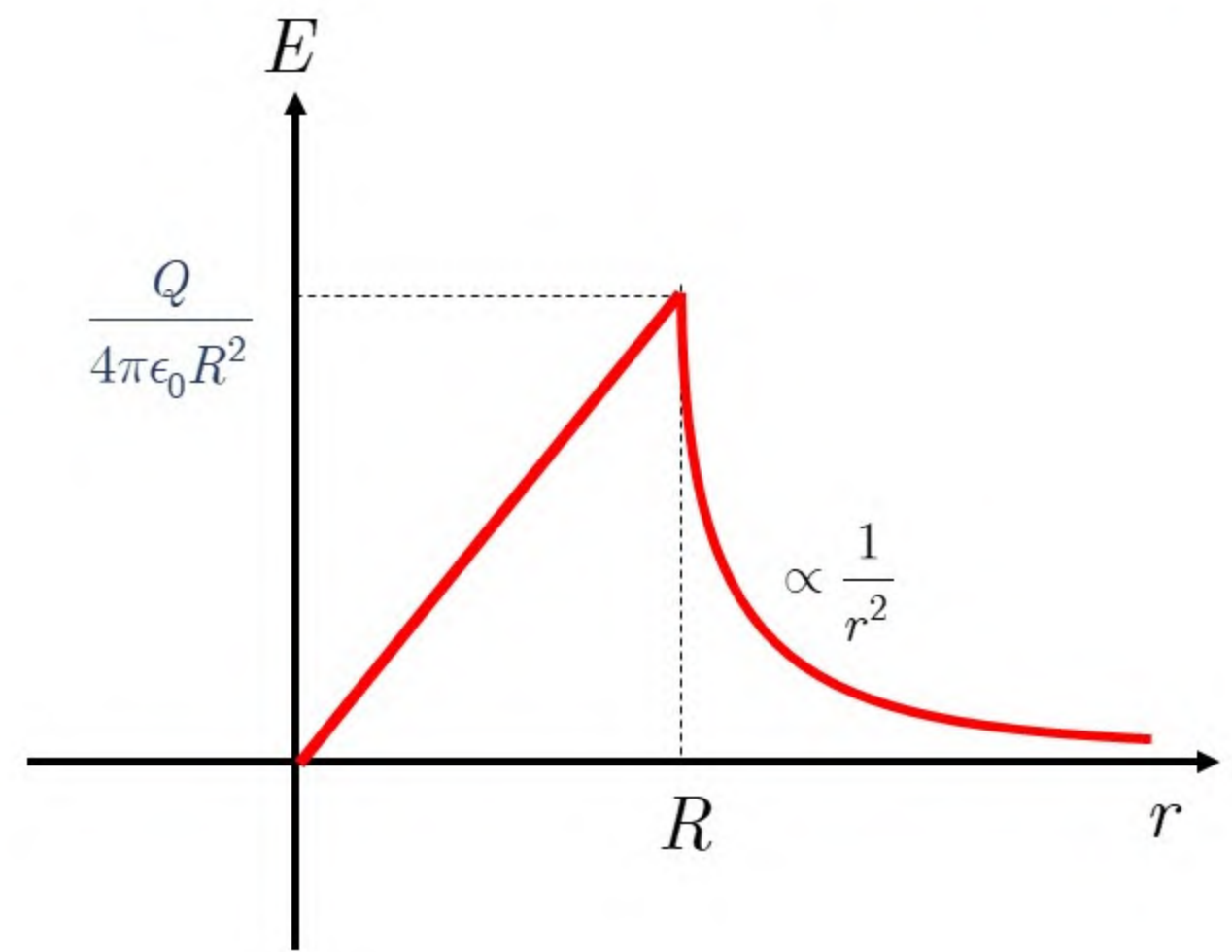
$$E 4\pi r^2 = \frac{\rho 4\pi R^3}{3\epsilon_0}$$

سطح فرضی گوس

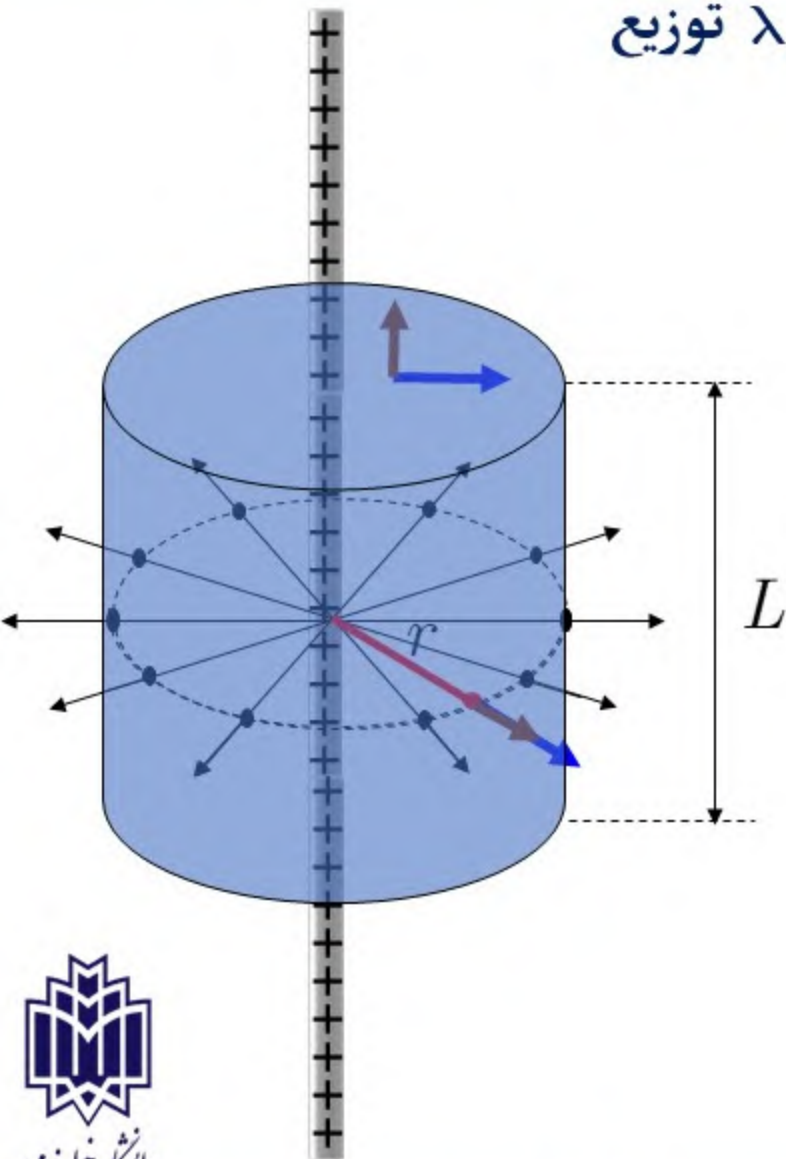


$$E = \begin{cases} \frac{\rho r}{3\epsilon_0} & \text{برجسب چگالی بار} \\ & r \leq R \\ \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} & r \geq R \end{cases}$$

$$E = \begin{cases} \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} & \text{برجسب بار کل} \\ & r \leq R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & r \geq R \end{cases}$$



بار الکتریکی بر روی یک میله نازک به طول بی نهایت به طور یکنواخت با چگالی  $\lambda$  توزیع شده است. میدان الکتریکی را در فاصله  $r$  از میله پیدا کنید.

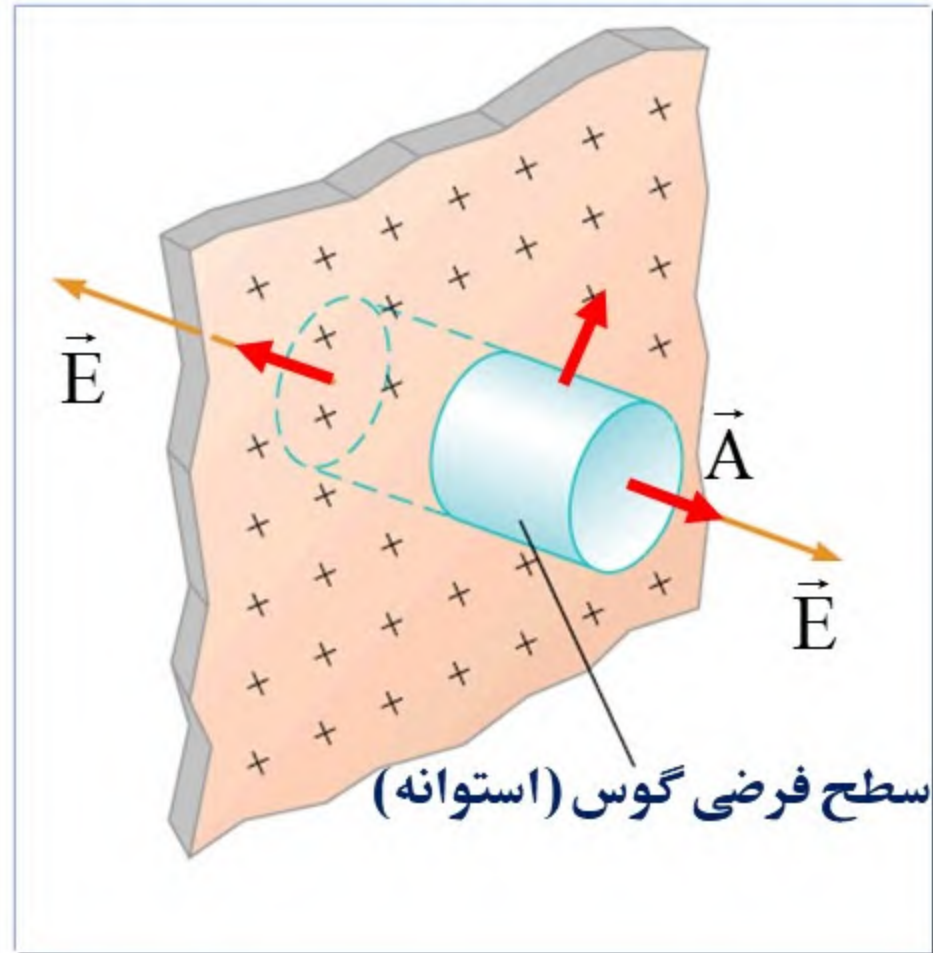


$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$\int E da \cos(90^\circ) + \int E da \cos(90^\circ) + \int E da \cos(0^\circ) = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E \int da = \frac{\lambda L}{\epsilon_0} \Rightarrow E(2\pi r L) = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$



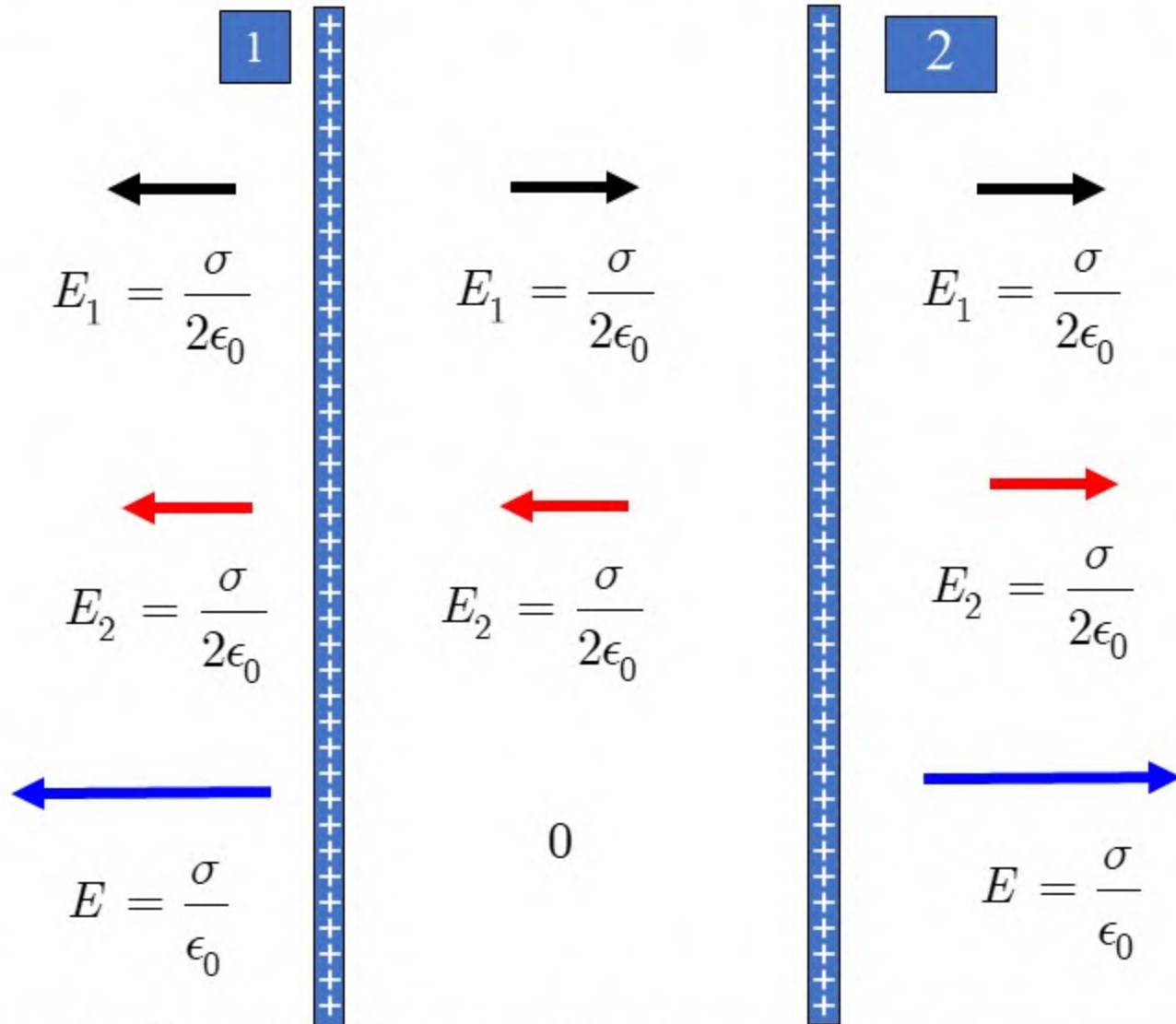
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\int E da \cos(0^\circ) + \int E da \cos(0^\circ) + \int E da \cos(90^\circ) = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$EA + EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

دو صفحه‌ی نارسانای باردار با بار یکنواخت  $\sigma$  به طور موازی قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی را در همه‌ی نقاط فضا به دست آورید.

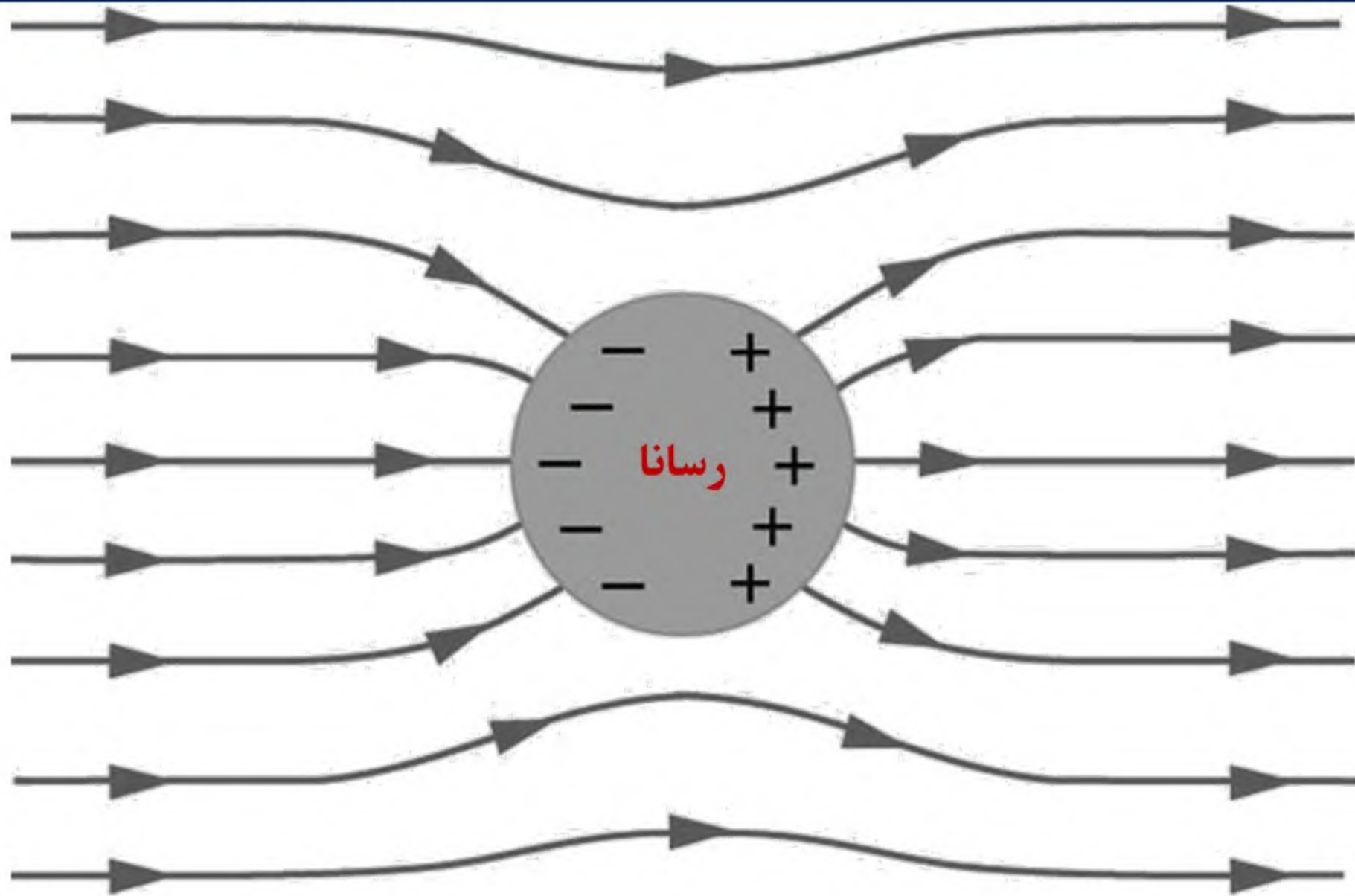


رساناها دارای تعداد زیادی بار الکتریکی هستند که می‌توانند آزادانه درون رسانا حرکت کنند. فلزات (در حالت مایع و یا جامد)، محلول‌های آبی نمکی و اسیدی و بسیاری مواد دیگر از جمله‌ی رساناها هستند. در این جا منظور ما از رسانا، فلزات جامدند.

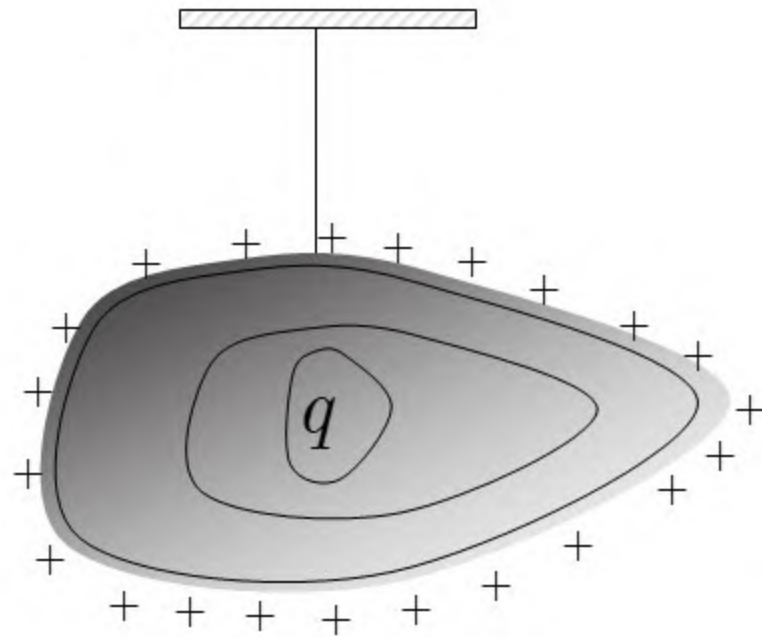
رسانایی را درون میدان الکتریکی قرار می‌دهیم. تحت اثر میدان الکتریکی بارهای آزاد رسانا شروع به حرکت می‌کنند و در نتیجه‌ی آن بر روی سطوح متقابل رسانا بارهای الکتریکی با علامت مخالف ظاهر می‌شوند. میدان الکتریکی ناشی از این بارها درون رسانا بر خلاف میدان خارجی است. بنابر این میدان الکتریکی درون رسانا تضعیف می‌شود. **بعد از مدت زمان بسیار کوتاهی (در حالت تعادل) توزیع بار الکتریکی بر روی سطح رسانا چنان خواهد شد که میدان درون رسانا صفر شود.** (اگر صفر نمی‌شد، بارهای الکتریکی به حرکت خود ادامه می‌دادند). **در خارج از رسانا** نیز میدان الکتریکی در نزدیکی سطح رسانا **عمود بر رساناست.** (در غیر این صورت یک مؤلفه‌ی مماس وجود داشت که منجر به حرکت بارهای الکتریکی بر روی سطح رسانا می‌شد. که در حالت **استاتیک** چنین چیزی مشاهده نمی‌شود.)





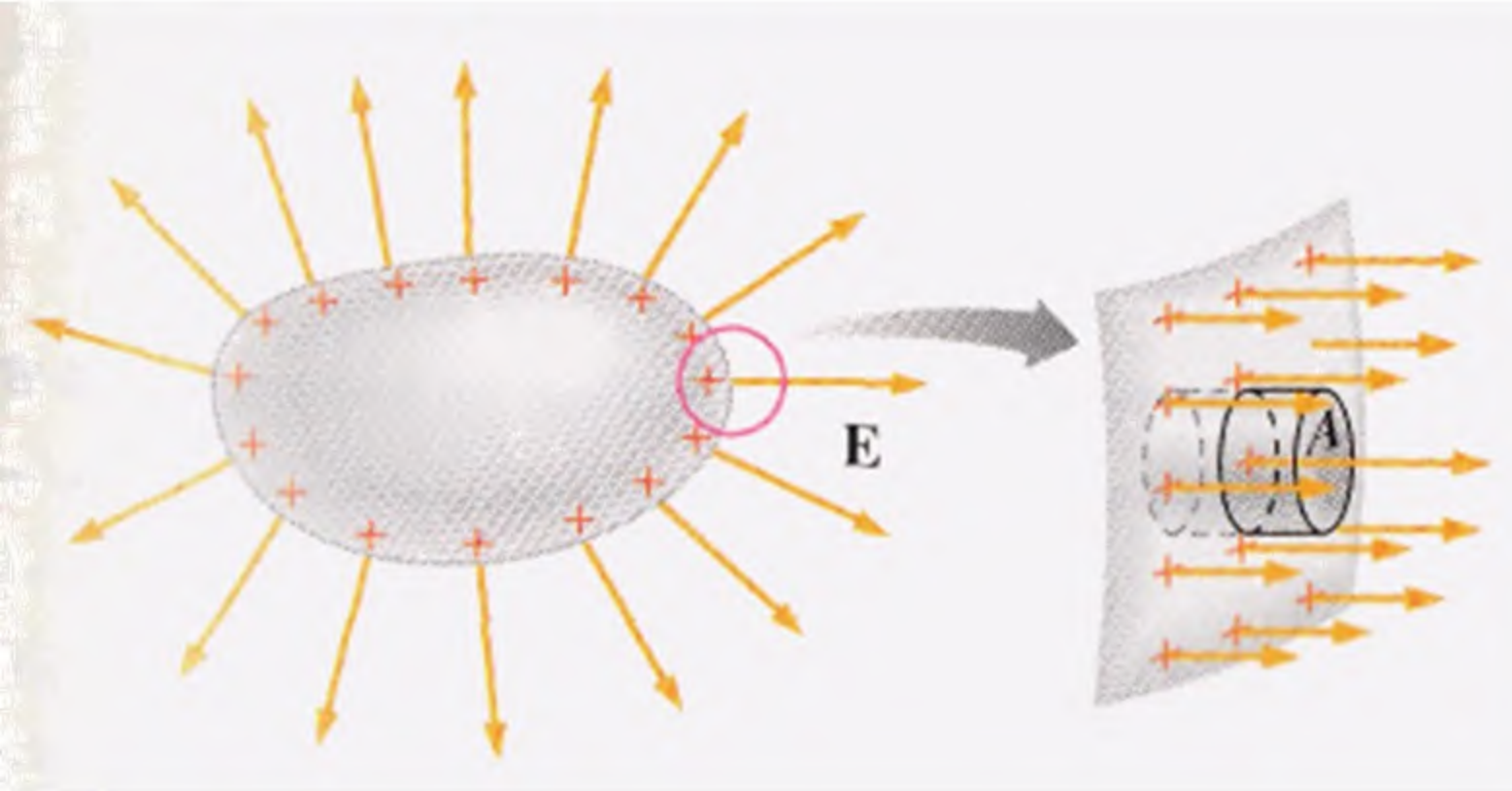


نشان دهید قرار دادن هر بار اضافی در رسانا، بر روی سطح خارجی آن پخش می شود.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$0 = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0} \Rightarrow Q_{in} = 0$$

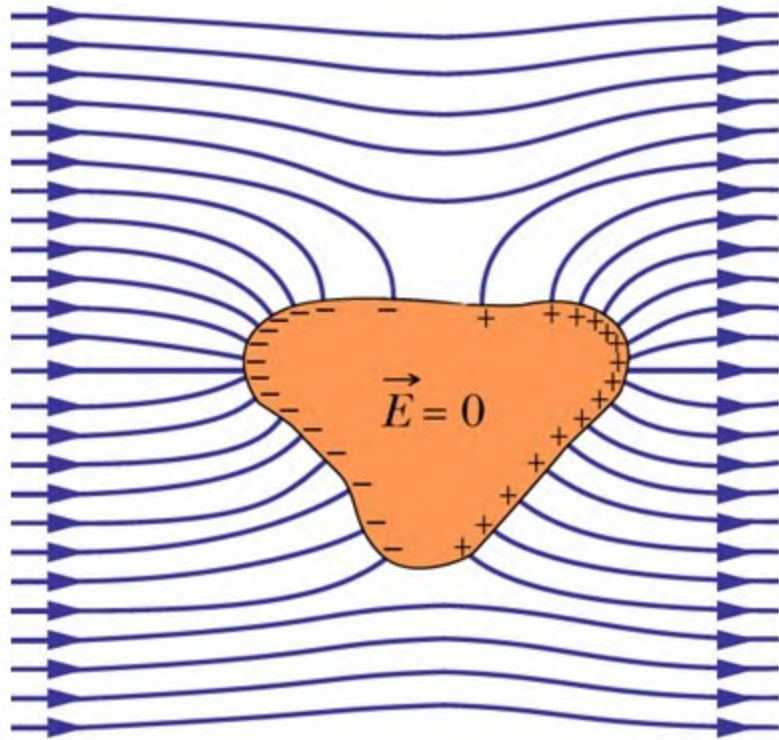


$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\int E da \cos 0 + 0 + 0 = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

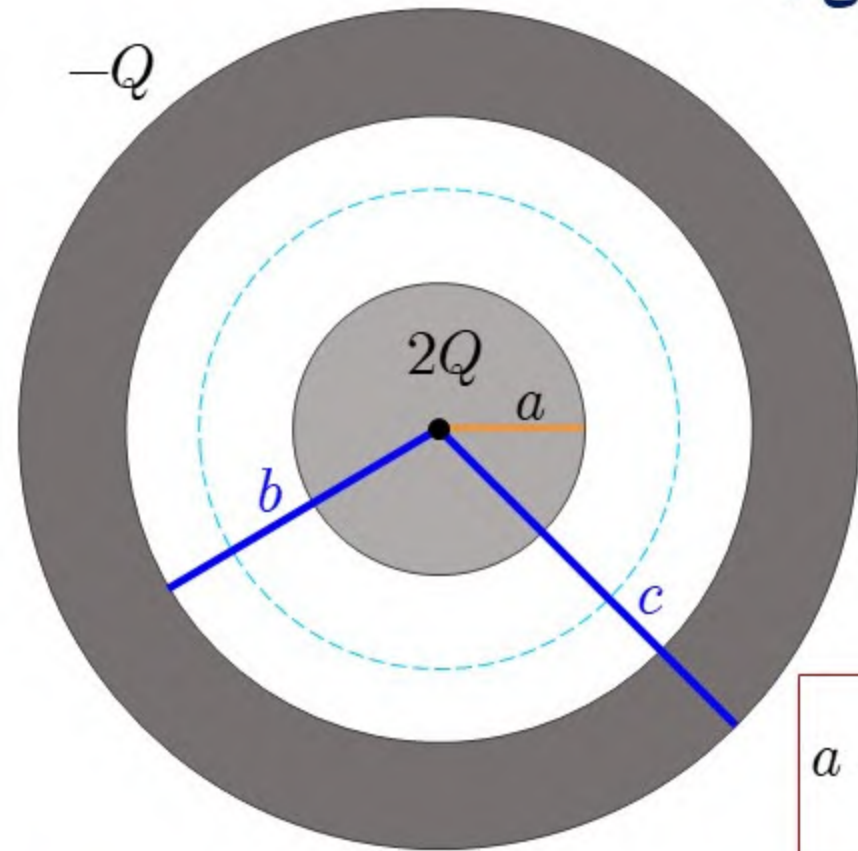
$$EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



- ۱ - میدان درون رسانا در حالت الکتروستاتیک صفر است
- ۲ - هرگونه بار اضافی بر روی سطح خارجی رسانا پخش می شود
- ۳ - خطوط میدان الکتریکی بر سطح رسانا عمودند.
- ۴ - میدان الکتریکی در روی سطح رسانا برابر است با  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

مطابق شکل یک کره‌ی رسانای باردار به شعاع  $a$  درون پوسته‌ی رسانای بارداری به شعاع داخلی  $b$  و شعاع خارجی  $c$  قرار دارد. میدان الکتریکی را در نقاط مختلف به دست آورید.

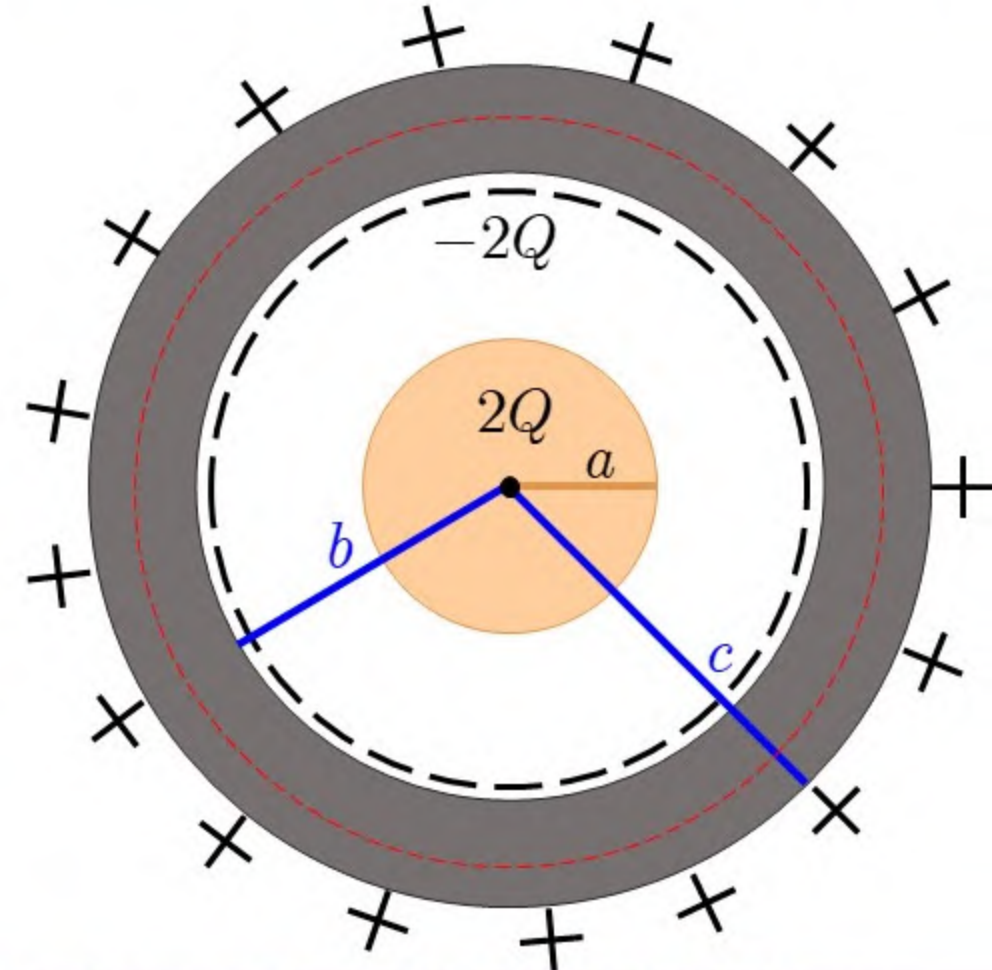


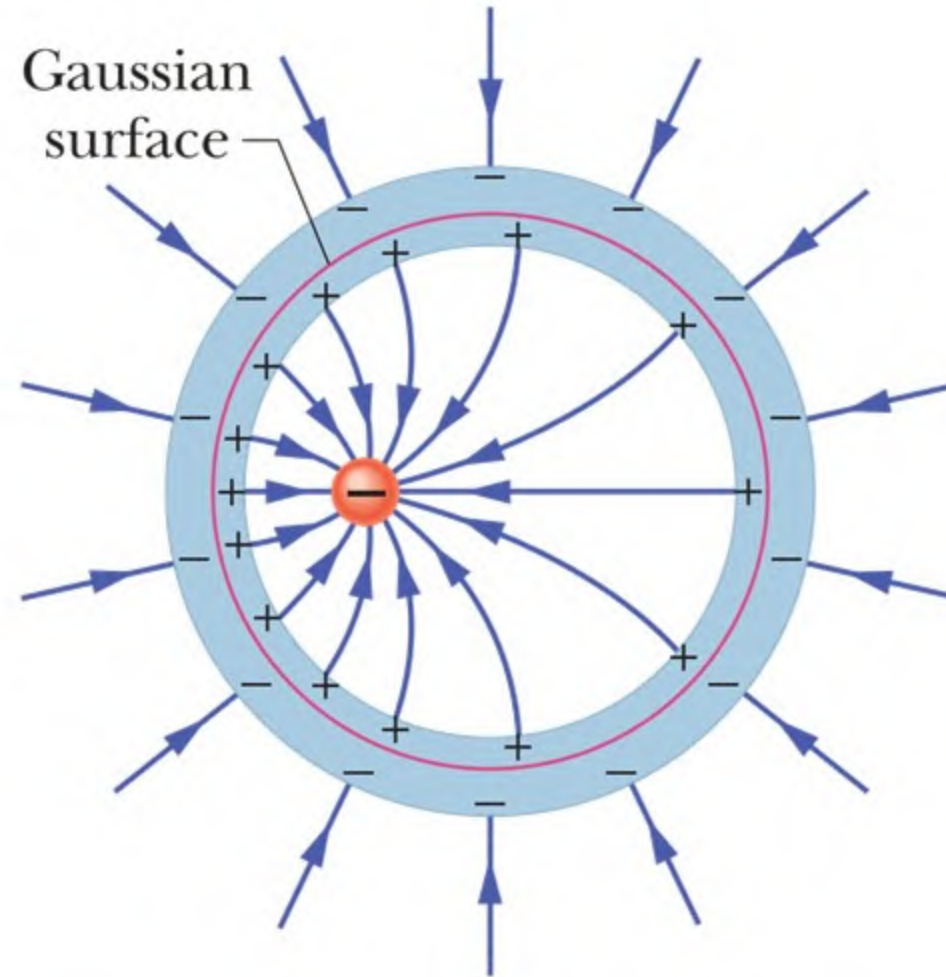
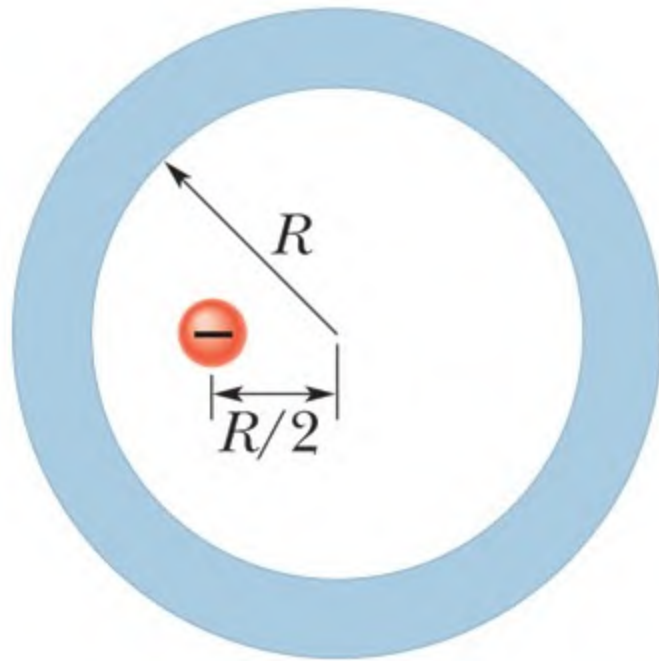
$$r < a, \quad E = 0$$

$$b < r < c, \quad E = 0$$

$$a < r < b, \quad E = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$r > c, \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$





# شاد و مهربان باشید

---

