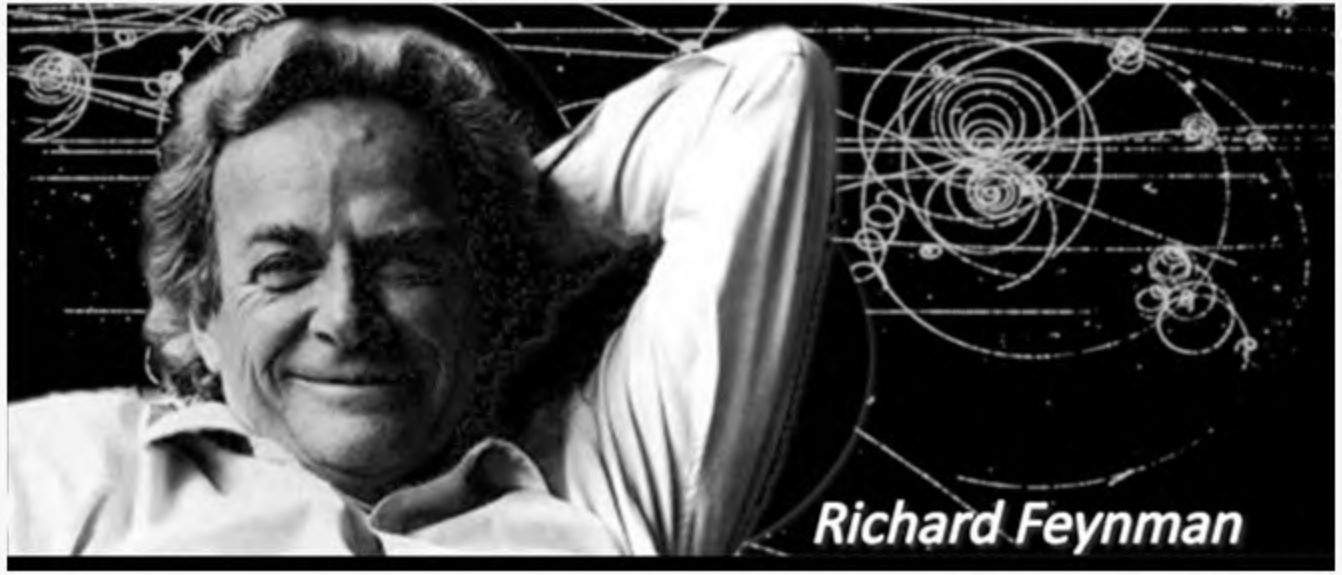
Fundamentals of Physics II

Faculty of Physics-Kharazmi University

Dr. Faramarz Kanjouri

Spring 2023

دانشگاه خوارزمی



اگر همواره مانند گذشته بیندیشید، همیشه همان چیزهایی را به‌دست می‌آورید که تا کنون کسب کرده‌اید

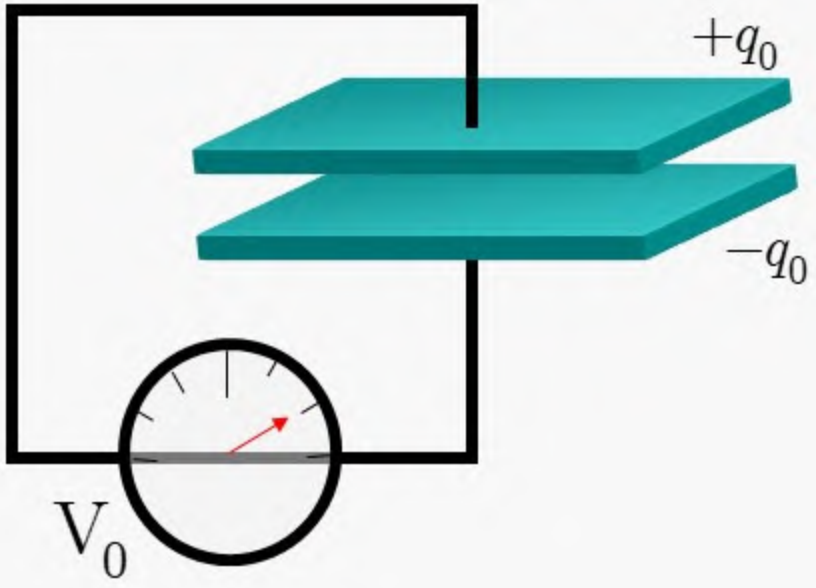
فاینمن

درس بیست و چهارم

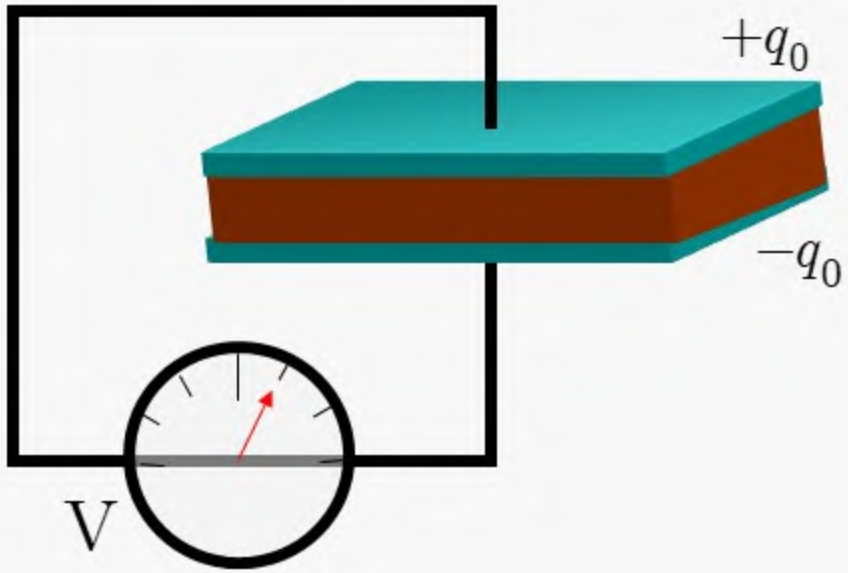
دی‌الکتریک

Dielectric

آزمایش اول: یک بُره‌ی دی‌الکتریک را درون صفحات خازن قرار می‌دهیم در حالی که بار خازن ثابت می‌ماند



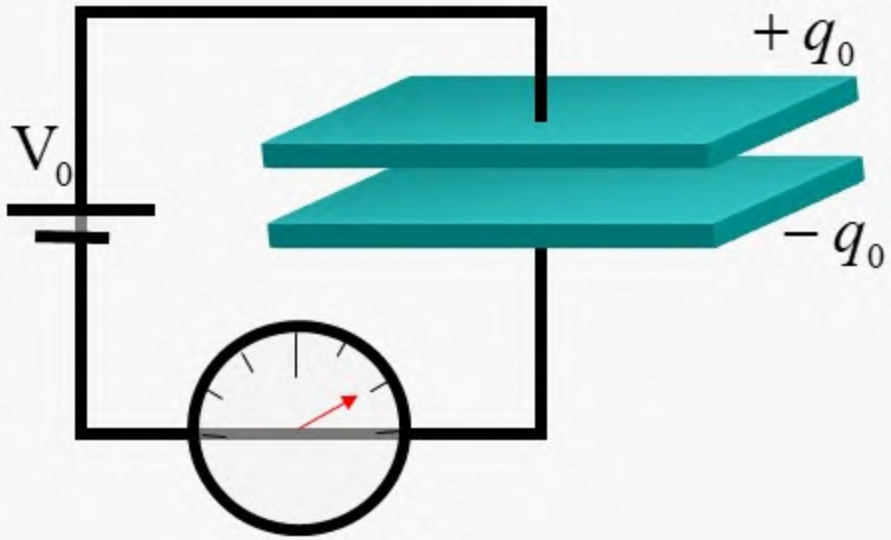
$$q_0 = C_0 V_0$$

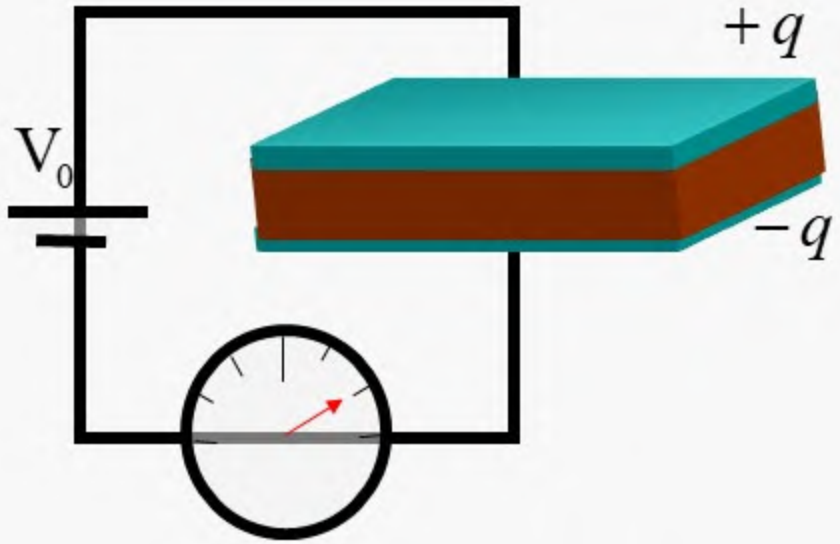


$$q_0 = CV$$

$$\boxed{V < V_0 \quad \Rightarrow \quad C > C_0}$$

آزمایش دوم: یک برهٔ دی الکتریک را درون صفحات خازن قرار می‌دهیم در حالی که پتانسیل خازن ثابت می‌ماند





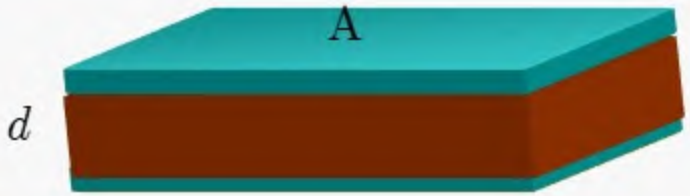
$$q_0 = C_0 V_0$$
$$q = C\,V_0$$

$$q > q_0 \;\Rightarrow\; C > C_0$$

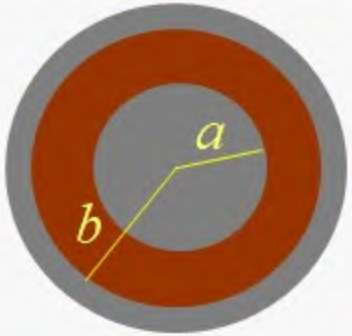
$$\frac{\text{ظرفیت خازن با دی الکتریک}}{\text{ظرفیت خازن بدون دی الکتریک}} = \frac{C}{C_0} = \kappa$$

این برای وقتی است که
باتری را برداشته باشیم

$$\begin{cases} \dfrac{V}{V_0} = \dfrac{1}{\kappa} \\[2ex] \dfrac{E}{E_0} = \dfrac{1}{\kappa} \end{cases}$$



$$C = \kappa C_0 = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon A}{d}$$



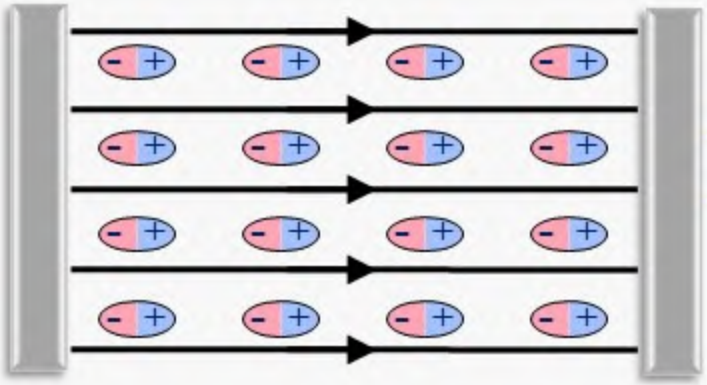
$$C = \kappa C_0 = \frac{4\pi\kappa\epsilon_0 ab}{b-a} = \frac{4\pi\epsilon ab}{b-a}$$

$$C_l = \kappa C_{l0} = \frac{2\pi\kappa\epsilon_0}{\ln\frac{b}{a}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\frac{b}{a}}$$

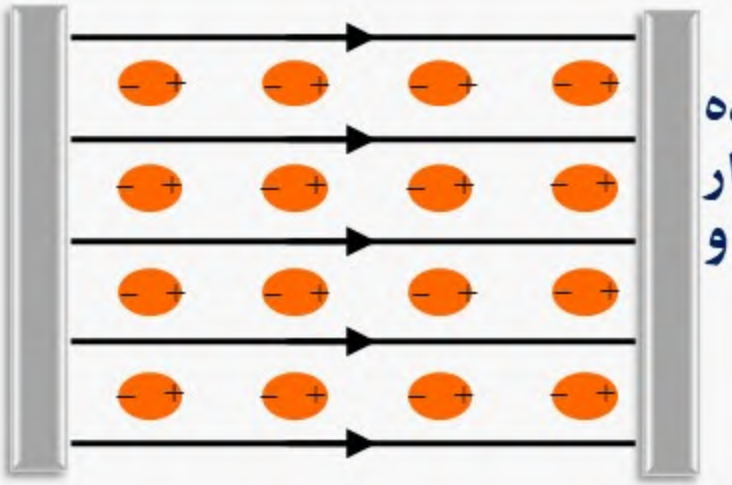
$$u = \frac{dU}{dv} = \frac{1}{2}\kappa\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\epsilon E^2$$

چگالی انرژی الکتریکی در دی‌الکتریک‌ها

دی الکتریک‌ها از دیدگاه میکروسکوپیک

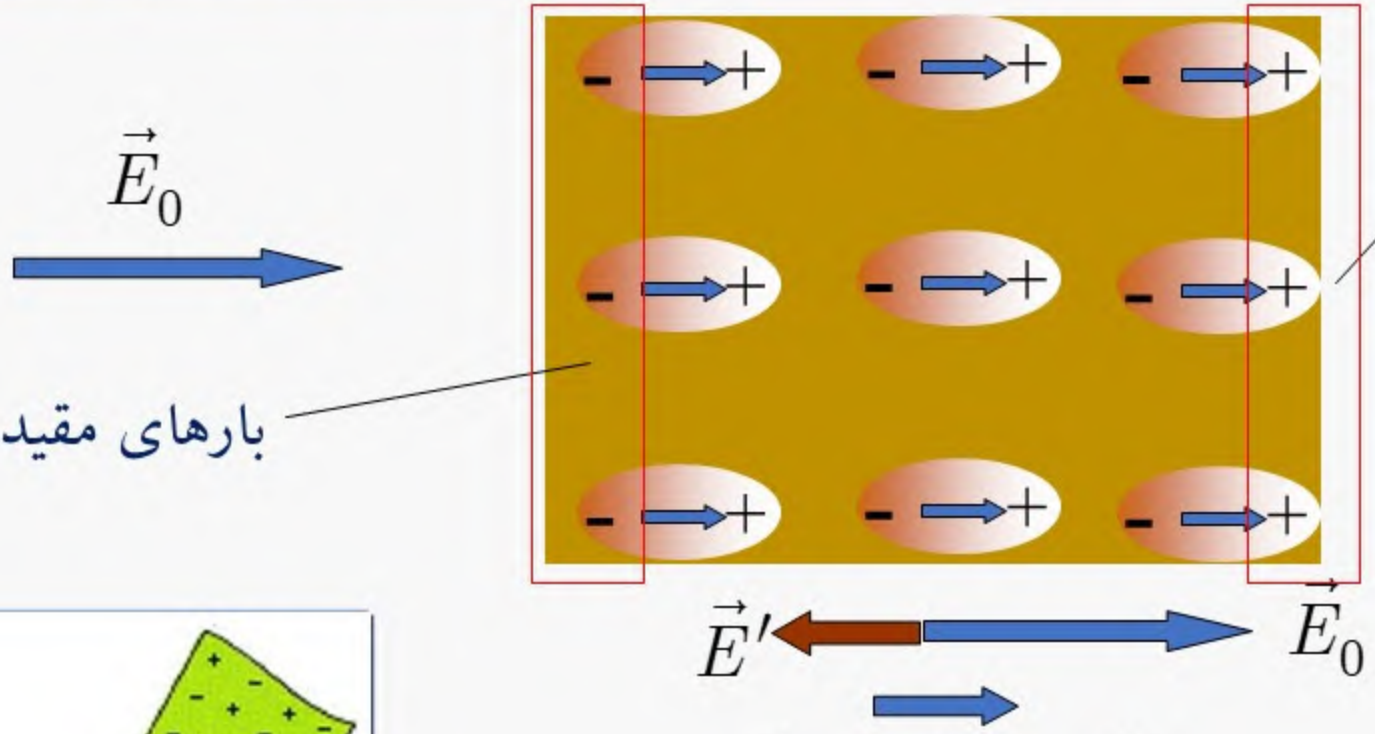


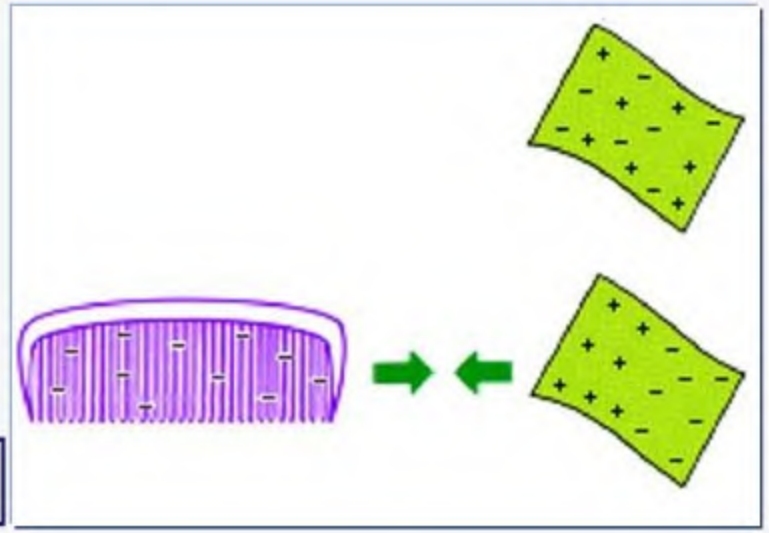
وقتی مولکول‌های قطبیده در میدان الکتریکی خارجی قرار می‌گیرند، منظم می‌شوند.



وقتی مولکول‌های غیر قطبیده در میدان الکتریکی خارجی قرار می‌گیرند، قطبیده می‌شوند و نظم می‌گیرند

دی الکتریک‌ها از دیدگاه میکروسکوپیک





$$\vec{E} = \vec{E}' + \vec{E}_0$$

میدان خارجی

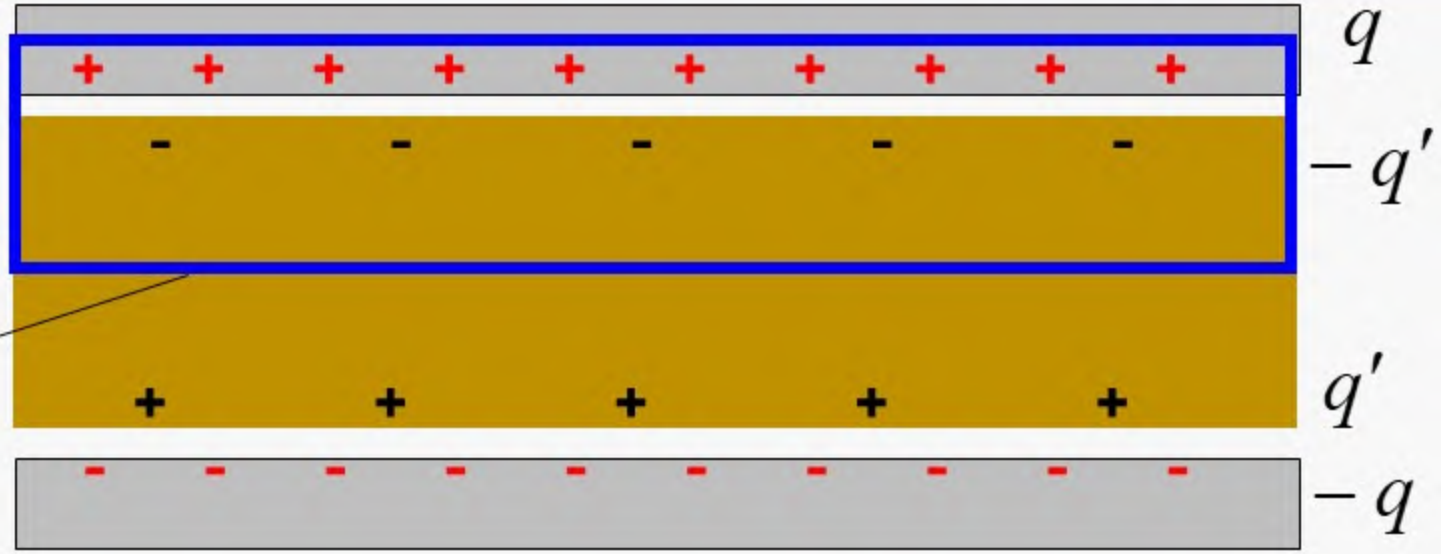
میدان ناشی از بارهای مقید

میدان درون دی الکتریک

محاسبه‌ی بارهای مقید

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q - q'}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q - q'}{A\epsilon_0}$$



$$E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{q}{A\kappa\epsilon_0}$$

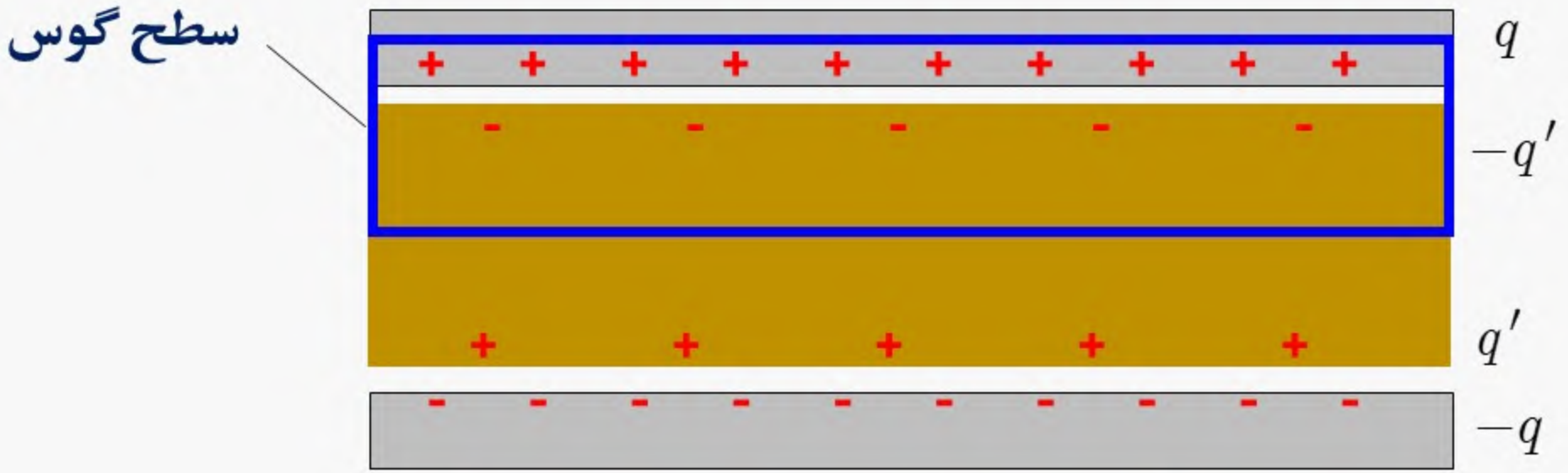
$$\Rightarrow q - q' = \frac{q}{\kappa}$$

$$\Rightarrow q' = q\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)$$

$$q' = q\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) = q\left(\frac{\kappa - 1}{\kappa}\right)$$

$$\sigma' = \sigma\left(\frac{\kappa - 1}{\kappa}\right)$$

دانشگاه خوارزمی



$$\oint \vec{\mathrm{E}} \cdot d\vec{a} = \frac{q - q'}{\epsilon_0} = \frac{q}{\kappa \epsilon_0}$$

$$\oint \kappa \vec{\mathrm{E}} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

بارهای آزاد

با تعریف بردار جابجایی الکتریکی به شکل $\vec{D} = \kappa\epsilon_0\vec{E}$

قانون گوس بدین شکل نوشته می‌شود: $\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = q_{free}$

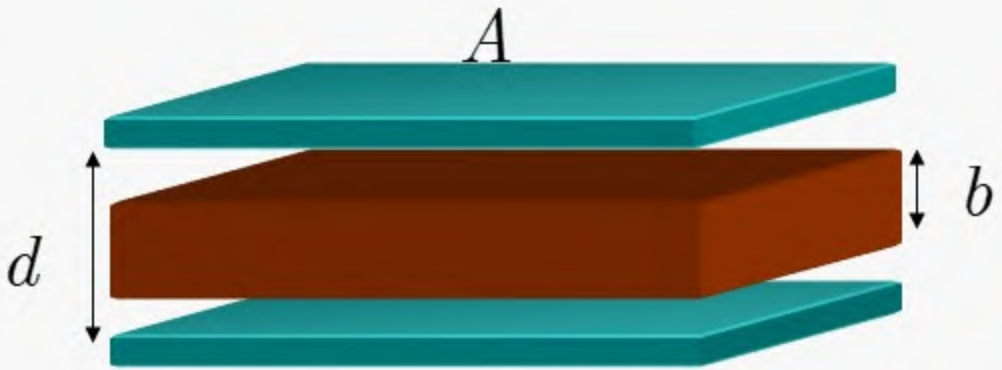
تا این جا دو قانون مهم الکتروستاتیک را آموخته‌ایم:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = q_{free} \quad (۱$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (۲$$

مثال

کار لازم برای قرار دادن یک قطعه‌ی دی الکتریک مکعب شکل به ضخامت b و مساحت قاعده‌ی A درون خازن تختی به مساحت سطح A و فاصله‌ی صفحات d پیدا کنید.



الف) در حالتی که بار ثابت است

ب) در حالتی که پتانسیل ثابت است

حل:

الف) بار ثابت است

در این حالت کار عامل خارجی برابر است با تغییرات انرژی پتانسیل سیستم

$$W = U - U_0 = \frac{q^2}{2C} - \frac{q^2}{2C_0}$$

انرژی خازن بعد از وارد کردن دی‌الکتریک

ظرفیت خازن بعد از وارد کردن دی‌الکتریک

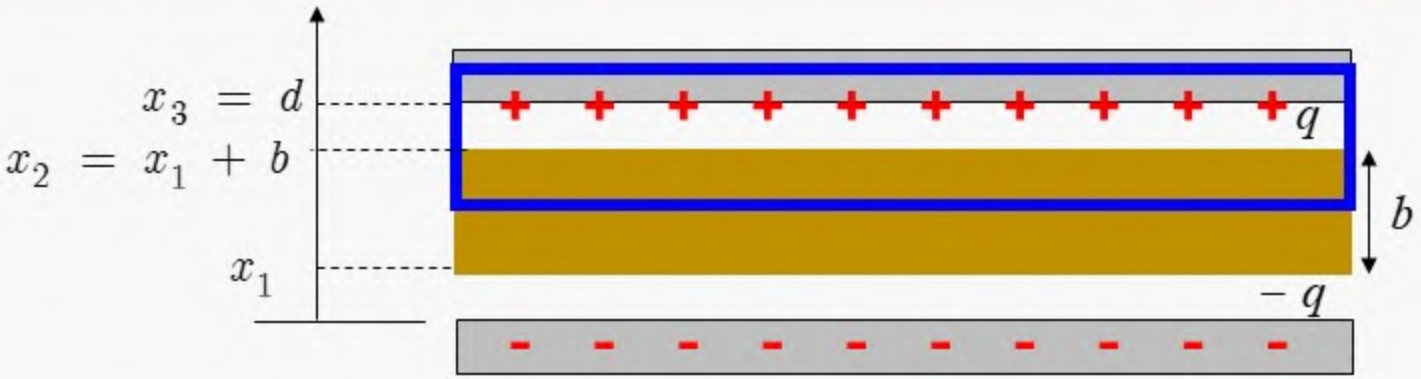
انرژی خازن قبل از وارد کردن دی‌الکتریک

ظرفیت خازن قبل از وارد کردن دی‌الکتریک

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$C = ?$$

محاسبه‌ی ظرفیت خازن بعد از وارد کردن دی‌الکتریک



$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = q$$

$$D = \frac{q}{A}$$

$$E = \begin{cases} \dfrac{q}{\epsilon_0 A} & 0 < x < x_1 \\ \dfrac{q}{\kappa \epsilon_0 A} & x_1 < x < x_2 \\ \dfrac{q}{\epsilon_0 A} & x_2 < x < x_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Delta V &= -\int_0^d \vec{E} \cdot d\vec{l} \\ &= \int_0^{x_1} E dx + \int_{x_1}^{x_1+b} E dx + \int_{x_1+b}^{d} E dx \\ &= \frac{qb}{\kappa \epsilon_0 A} + \frac{q(d-b)}{\epsilon_0 A} \end{aligned}$$

$$C = \frac{q}{|\Delta V|} = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{\kappa (d-b) + b}$$

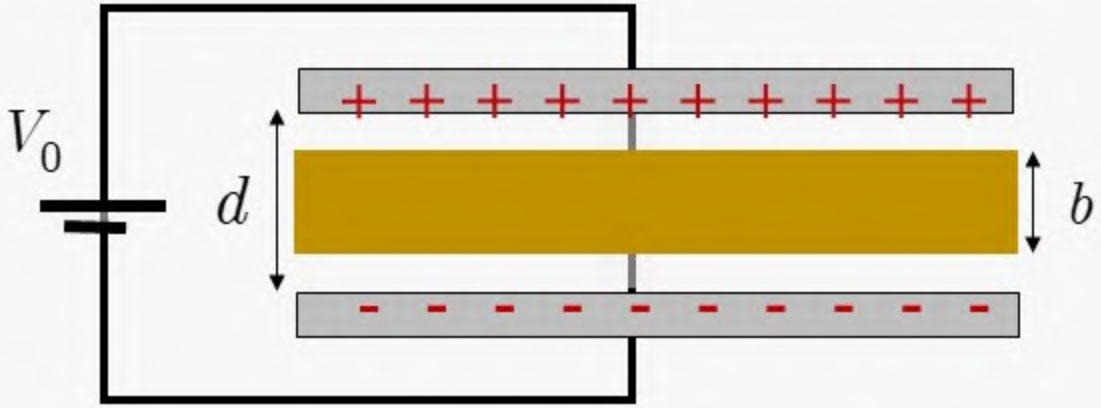
دانشگاه خوارزمی

پاسخ قسمت الف

$$W = U - U_0 = \frac{q^2}{2C} - \frac{q^2}{2C_0}$$

$$W = \frac{q^2}{2}\frac{b(1-\kappa)}{\kappa\varepsilon_0 \mathrm{A}} < 0$$

معنی منفی بودن کار چیست؟



حل:

ب) پتانسیل ثابت است

در این حالت تغییرات انرژی پتانسیل سیستم برابر است با کار عامل خارجی (دست ما) به اضافه‌ی کار باتری

$$W + W_b = U - U_0 = \frac{1}{2}CV_0^2 - \frac{1}{2}C_0V_0^2$$

$$W = \frac{1}{2}V_0^2\left(C - C_0\right) - W_b$$

$$W_b = \Delta q V_0 = \left(q - q_0\right)V_0 = \left(CV_0 - C_0V_0\right)V_0 = \left(C - C_0\right)V_0^2$$

$$W = \frac{1}{2}V_0^2\left(C - C_0\right) - V_0^2\left(C - C_0\right) = -\frac{1}{2}V_0^2\left(C - C_0\right)$$

$$W = -\frac{1}{2}V_0^2\epsilon_0 A\left(\frac{\kappa}{\kappa\left(d - b\right) + b} - \frac{1}{d}\right)$$

دانشگاه خوارزمی

شاد و مهربان باشید