

Fundamentals of Physics II

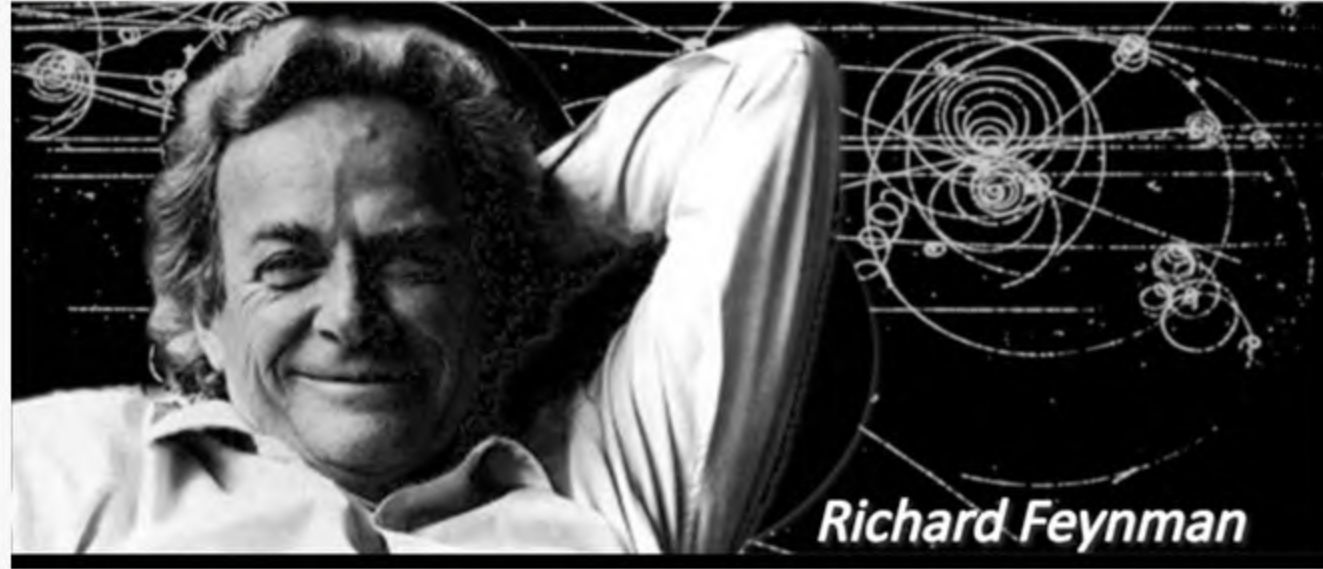
Faculty of Physics-Kharazmi University

Dr. Faramarz Kanjouri



دانشگاه خوارزمی

دانشگاه خوارزمی



اگر همواره مانند گذشته بیندیشید، همیشه همان چیزهایی را
به دست می آورید که تا کنون کسب کرده اید

فاینمن

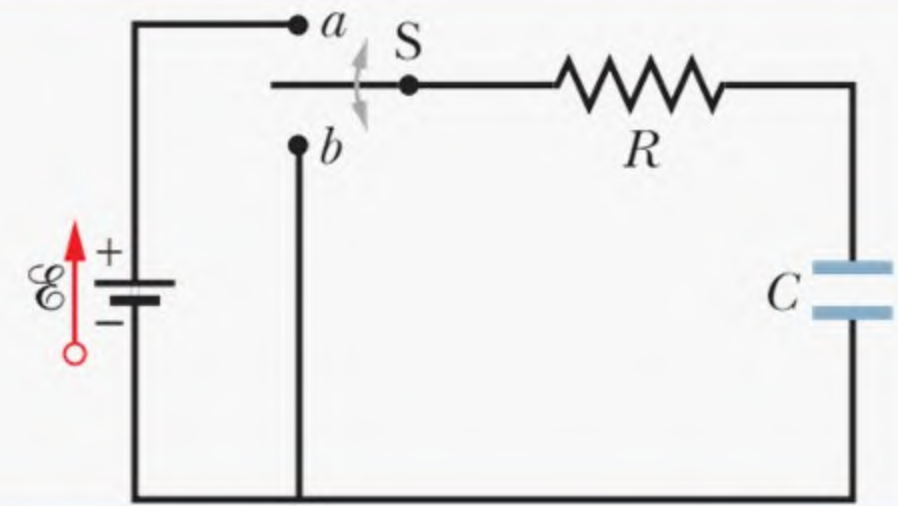


درس بیست و هفتم

مدارهای RC

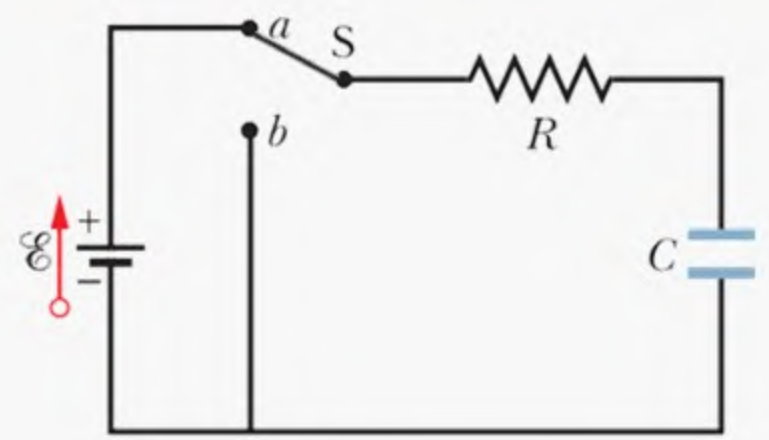
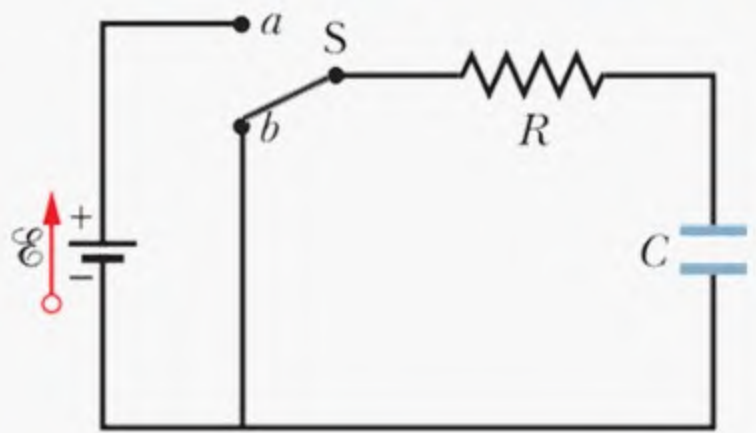
RC Circuits

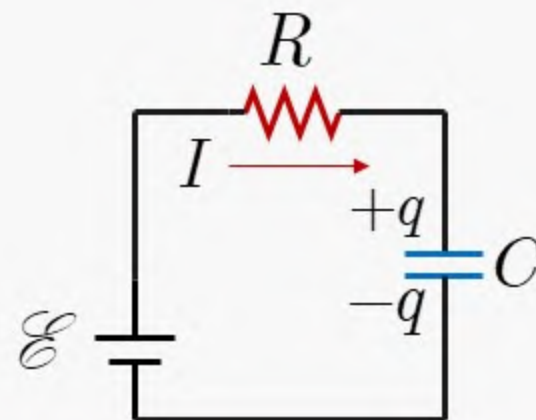
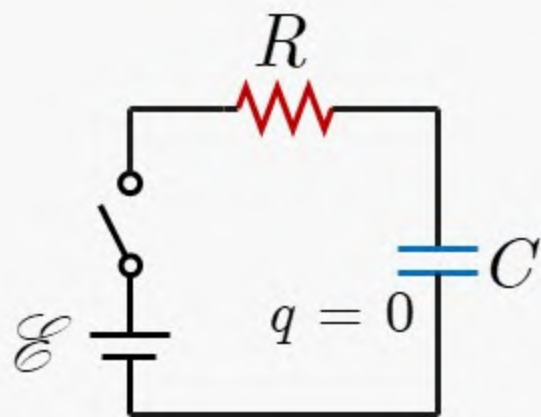




شارژ خازن: کلید را به a وصل می کنیم

دشارژ خازن: بعد از پر شدن خازن، کلید را به b وصل می کنیم





$$\mathcal{E} - IR - \frac{q}{C} = 0$$

$$\mathcal{E} - \frac{dq}{dt} R - \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{1}{RC} (q - C\mathcal{E})$$

$$\int_0^q \frac{dq'}{(q' - C\mathcal{E})} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt'$$



$$\int_0^q \frac{dq'}{(q' - C\mathcal{E})} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt'$$

$$\ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$q(t) = C\mathcal{E} \left(1 - e^{-t/RC}\right) = q_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$\tau = RC$$

$$[\tau] = \left[\frac{\text{V}}{\text{A}}\right] \left[\frac{\text{C}}{\text{V}}\right] = [\text{s}]$$

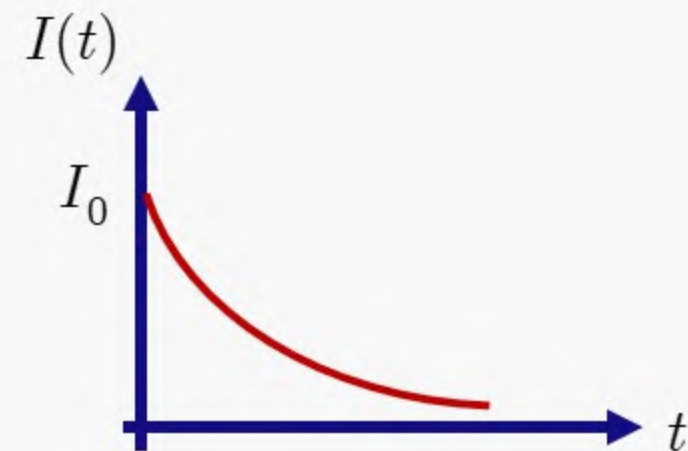
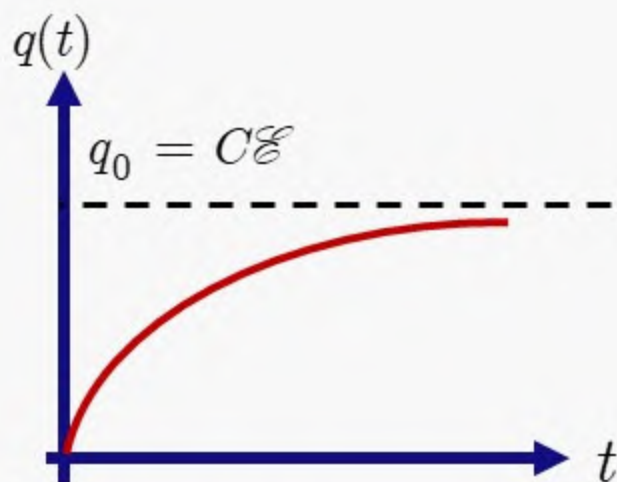
RC دیمانسیون زمان دارد و ثابت زمانی نامیده می شود.



10%	0.105τ
25%	0.288τ
50%	0.693τ
90%	2.30τ
99%	4.60τ
99.99%	9.21τ

$$t = \tau \quad \Rightarrow \quad q = \left(1 - \frac{1}{e}\right)q_0 = 0.632q_0$$

$$t = \tau \quad \Rightarrow \quad I = \frac{1}{e}I_0 = 0.368I_0$$

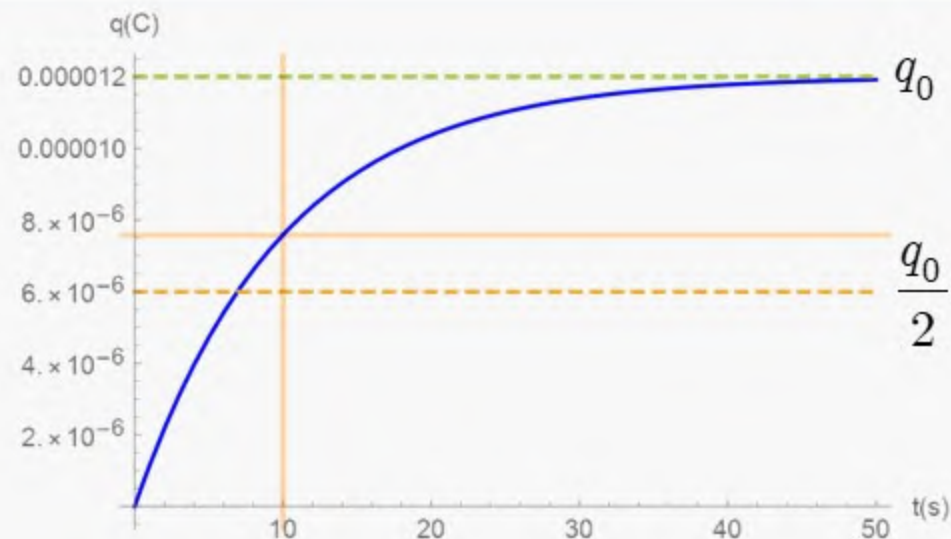


```

c = 10-6; (*Farad*)
emf = 12.; (*Volt*)
r = 10. × 106; (*Ohm*)
tau = r * c;
q0 = c * emf;
q[t_] := q0 * (1 - Exp[-t/tau]);
Print[" time constant = ", tau "s"]

Print[" q0 = ", q0 "C"]

Plot[{q[t], q0/2, q0}, {t, 0, 50}, PlotStyle -> {Blue, Dashed, Dashed},
GridLines -> {{{10, {Orange, Thick}}}, {{q[10], {Orange, Thick}}}}, AxesLabel -> {"t(s)", "q(C)"}]
    
```



time constant = 10. s

q0 = 0.000012 C

$$q(t) = 1.2 \times 10^{-5} \left(1 - e^{-t/10} \right)$$



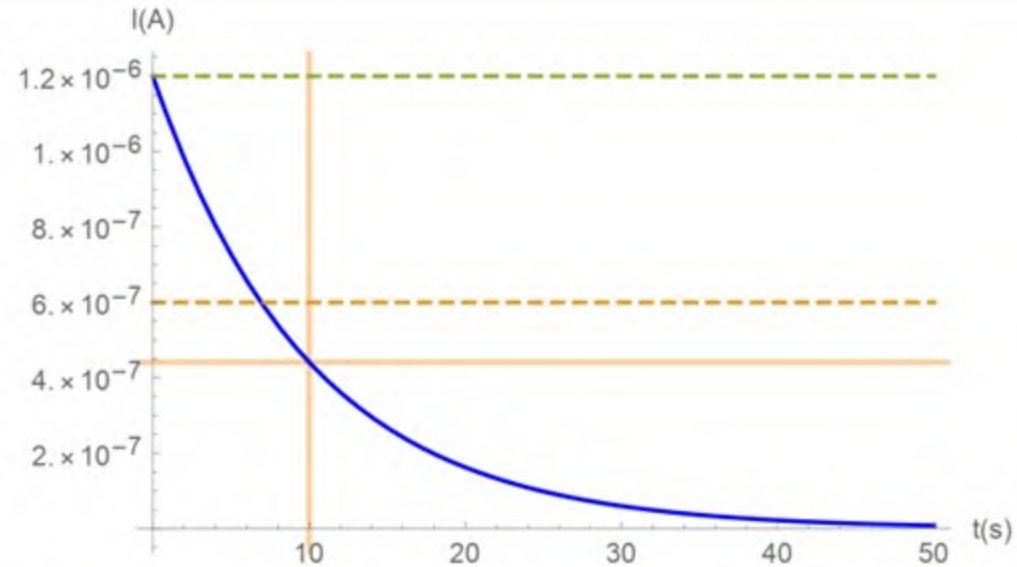

```

c = 10-6; (*Farad*)
emf = 12.; (*Volt*)
r = 10. × 106; (*Ohm*)
tau = r * c;
i0 = emf / r;

i[t_] := i0 * Exp[-t/tau];
Print[" time constant = ", tau "s"]

Print[" i0 = ", i0 "A"]

Plot[{i[t], i0/2, i0}, {t, 0, 50}, PlotStyle -> {Blue, Dashed, Dashed},
GridLines -> {{{10, {Orange, Thick}}}, {{i[10], {Orange, Thick}}}}, AxesLabel -> {"t(s)", "I(A)"}]
    
```



time constant = 10. s

$i_0 = 1.2 \times 10^{-6}$ A



$$P_b(t) = I(t)\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}^2}{R} e^{-t/RC}$$

توان باتری در هر لحظه

$$W_b(t) = \int_0^t [P_b dt'] = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \int_0^t dt' e^{-t'/RC} = C\mathcal{E}^2 (1 - e^{-t/RC})$$

$$W_b(\infty) = C\mathcal{E}^2 \quad \text{کل کار باتری در شارژ کامل}$$

$$U_C(t) = \frac{q^2(t)}{2C} = \frac{1}{2} C\mathcal{E}^2 (1 - e^{-t/RC})^2 \quad \text{انرژی خازن در هر لحظه}$$

$$U_C(\infty) = \frac{1}{2} C\mathcal{E}^2 \quad \text{انرژی خازن در شارژ کامل}$$



$$P_R(t) = RI^2(t) = \frac{\mathcal{E}^2}{R} e^{-2t/RC}$$

توان مصرفی در مقاومت (گرمای ژول)

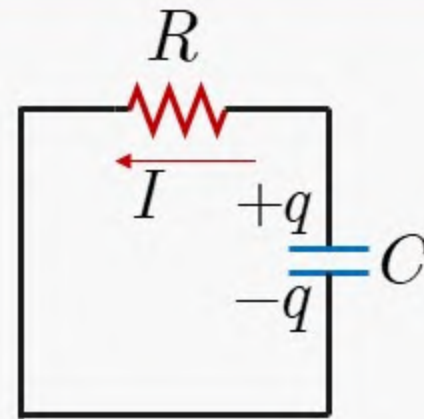
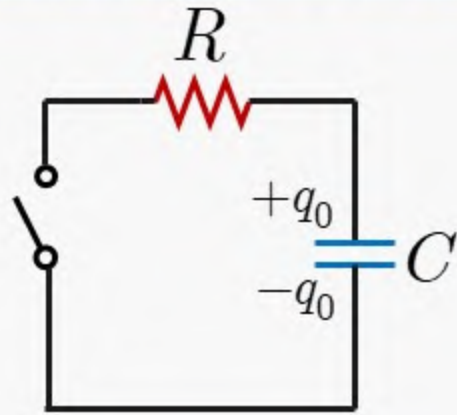
$$U_R(t) = \int_0^t RI^2 dt' = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \int_0^t dt' e^{-2t'/RC}$$

$$U_R(t) = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2 \left(1 - e^{-2t/RC} \right)$$

$$U_R(\infty) = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2$$

گرمای اطلاق شده در مقاومت در شارژ کامل





$$-IR + \frac{q}{C} = 0$$

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

$$-\frac{dq}{dt} R = \frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$$

$$q(t) = q_0 e^{-t/\tau}$$

$$I(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-t/\tau}$$

$$\int_{q_0}^q \frac{dq'}{q'} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt'$$

$$q(t) = q_0 e^{-t/\tau}$$

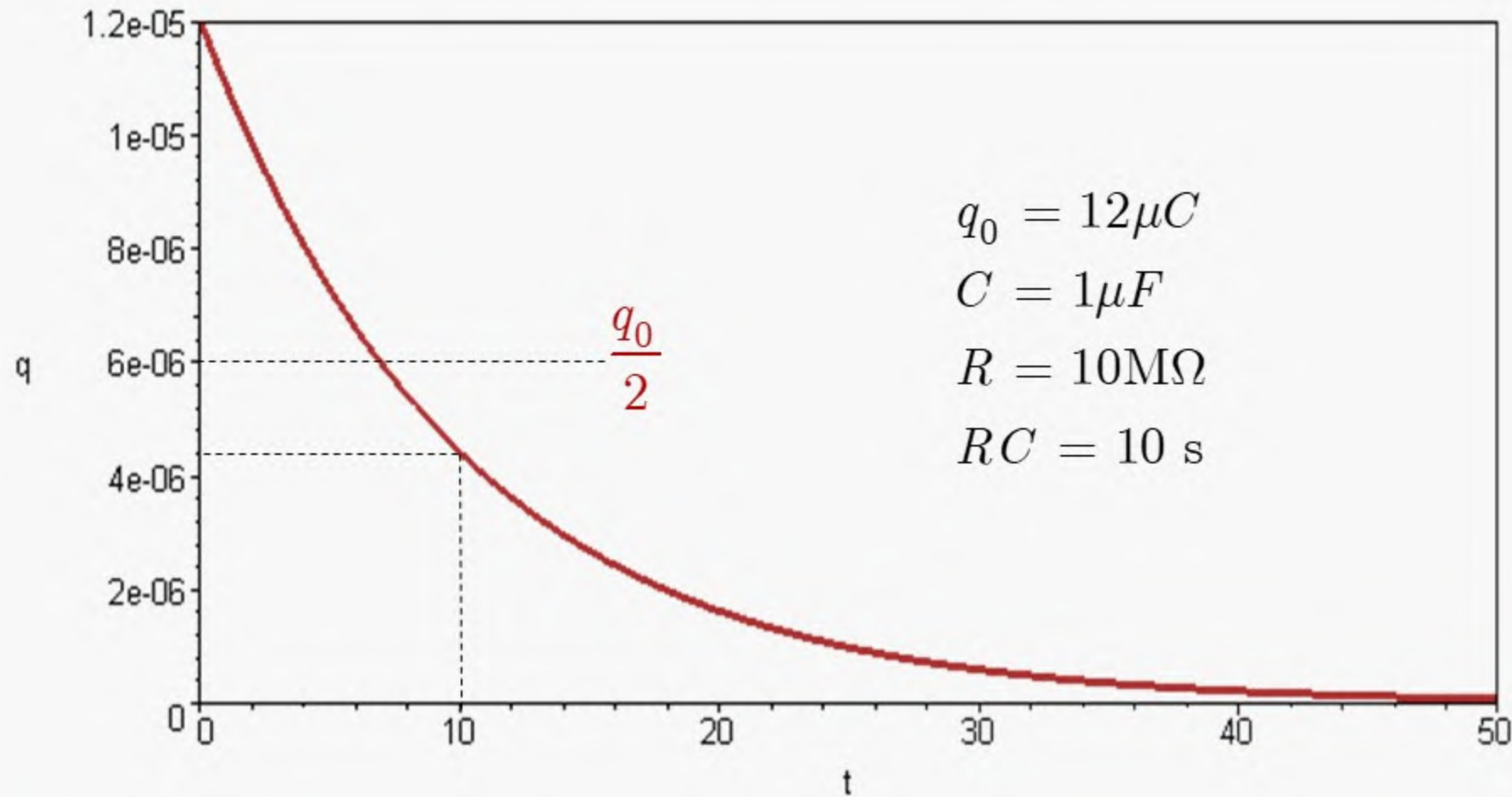
$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$\tau = RC$$

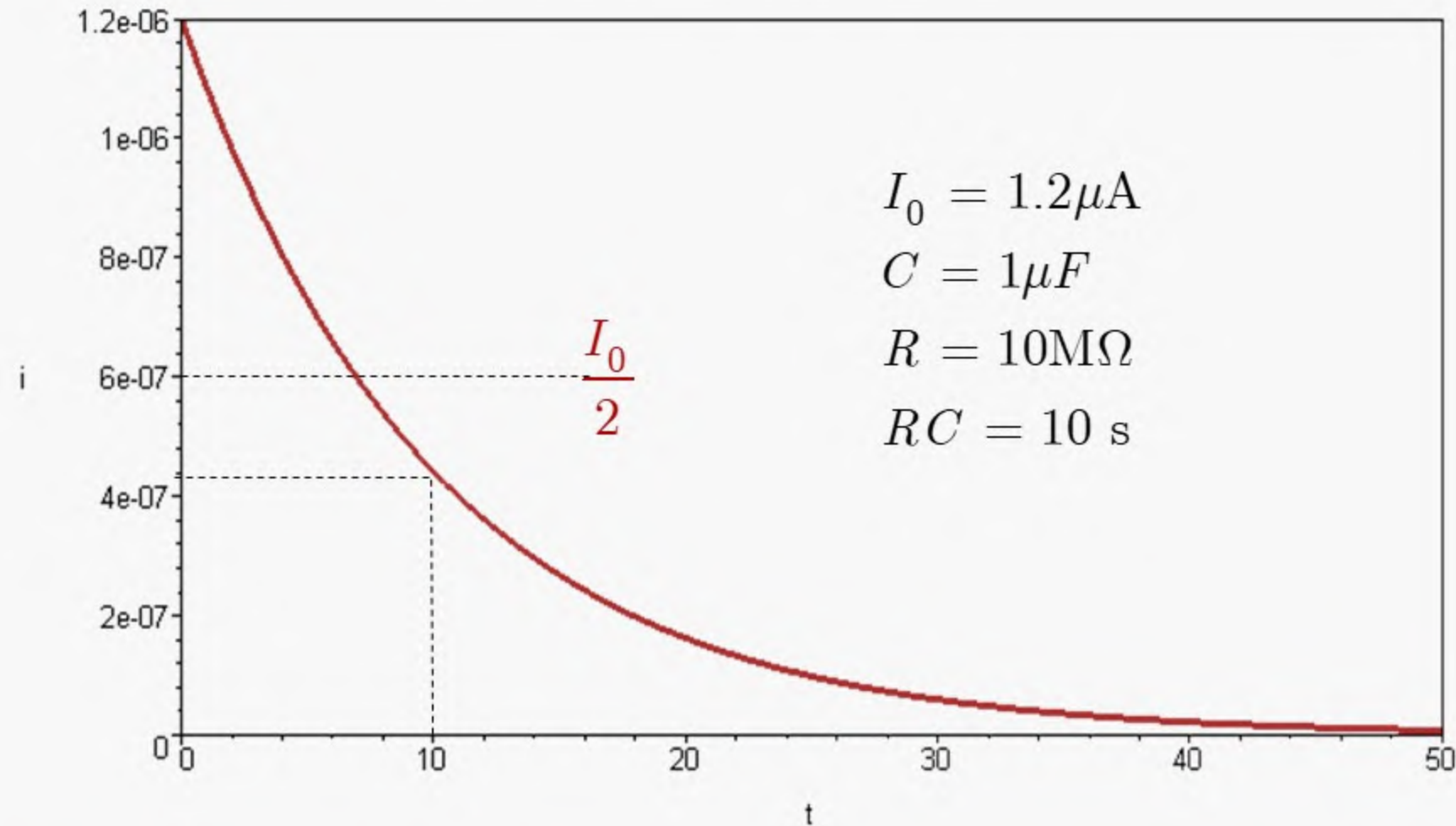
$$I_0 = \frac{q_0}{RC}$$



$$q(t) = 1.2 \times 10^{-5} e^{-t/10}$$



$$I(t) = 1.2 \times 10^{-6} e^{-t/10}$$



شاد و مهربان باشید

