

شماره‌ی تکلیف: ۴

مسئله‌ی ۱:

هر یک از انتگرال‌های زیر را حساب کنید.

$$\text{الف) } \int_{-2}^2 (2x + 3)\delta(3x) dx$$

$$\text{ب) } \int_{-5}^5 \cos x \delta(x^2 - \pi^2) dx$$

$$\text{ج) } \int_0^3 9x^2 \delta(3x + 1) dx$$

مسئله‌ی ۲:

نشان دهید

$$\delta[(x - x_1)(x - x_2)] = \frac{\delta(x - x_1) + \delta(x - x_2)}{|x_1 - x_2|}$$

مسئله‌ی ۳:

مقدار انتگرال زیر را حساب کنید.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^3 \delta(x^2 - 3x + 2) dx$$

پاسخ ۳:

9

مسئله‌ی ۴:

مقدار انتگرال زیر را حساب کنید.

$$\pi \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|} \delta(\sin \pi x) dx$$

پاسخ ۴:

$$\frac{e + 1}{e - 1}$$

مسئله‌ی ۵:

مقدار انتگرال زیر را حساب کنید.

$$\int_V (r^2 + 2) \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{r}}{r^3} \right) dv$$

حجم V کره‌ای به شعاع R و به مبدأ مختصات است.

پاسخ ۵:

$$8\pi$$