

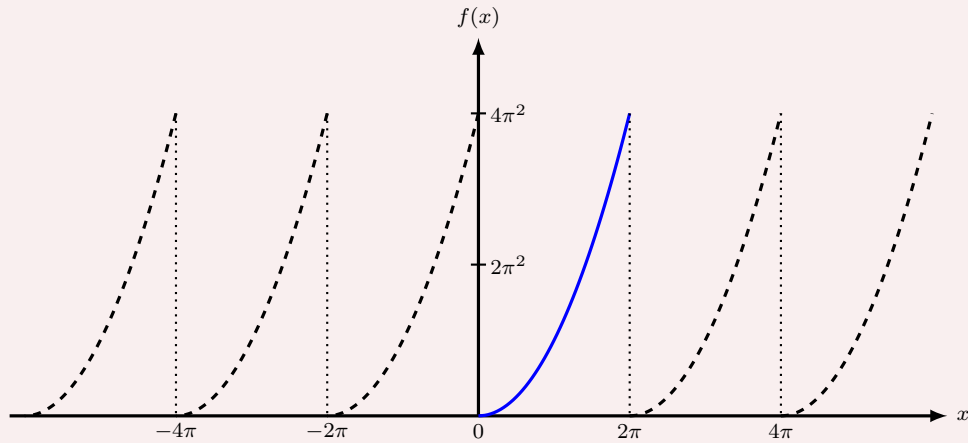
شماره‌ی تکلیف: ۱۶

مسئله‌ی ۱:

سری فوری‌ی تابع زیر را در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ بنویسید

$$f(x) = x^2 \quad 0 < x < 2\pi$$

گسترش دوره‌ای این تابع با دوره‌ی تناوب 2π در شکل زیر رسم شده است.



پاسخ ۱:

$$x^2 = \frac{4\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n^2} \cos nx - \frac{4\pi}{n} \sin nx \right) \quad 0 < x < 2\pi$$

مسئله‌ی ۲:

از نتیجه‌ی مسئله‌ی ۱ استفاده کنید و نشان دهید

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

مسئله ۳:

تابع زیر را در نظر بگیرید

$$f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

الف) تبدیل فوریه‌ی این تابع را پیدا کنید.

ب) تابع $f(x)$ و تبدیل فوریه‌ی آن را به ازای $a = 3$ رسم کنید.