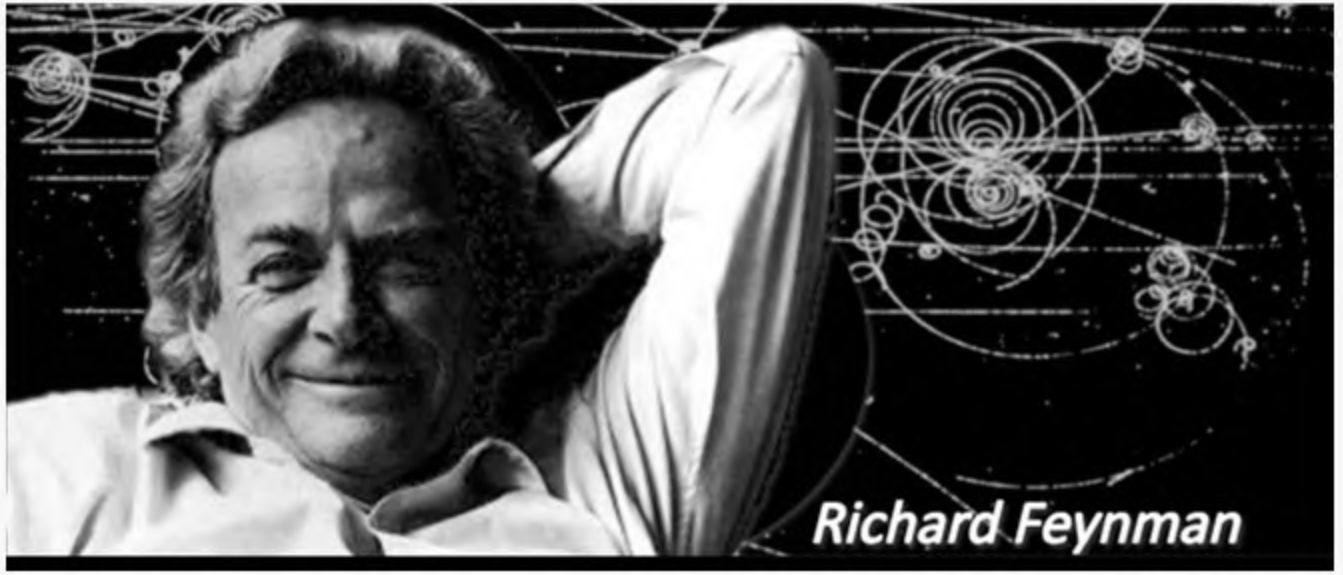
Fundamentals of Physics II

Faculty of Physics-Kharazmi University

Dr. Faramarz Kanjouri

دانشگاه خوارزمی



اگر همواره مانند گذشته بیندیشید، همیشه همان چیزهایی را
به‌دست می‌آورید که تا کنون کسب کرده‌اید

فاینمن

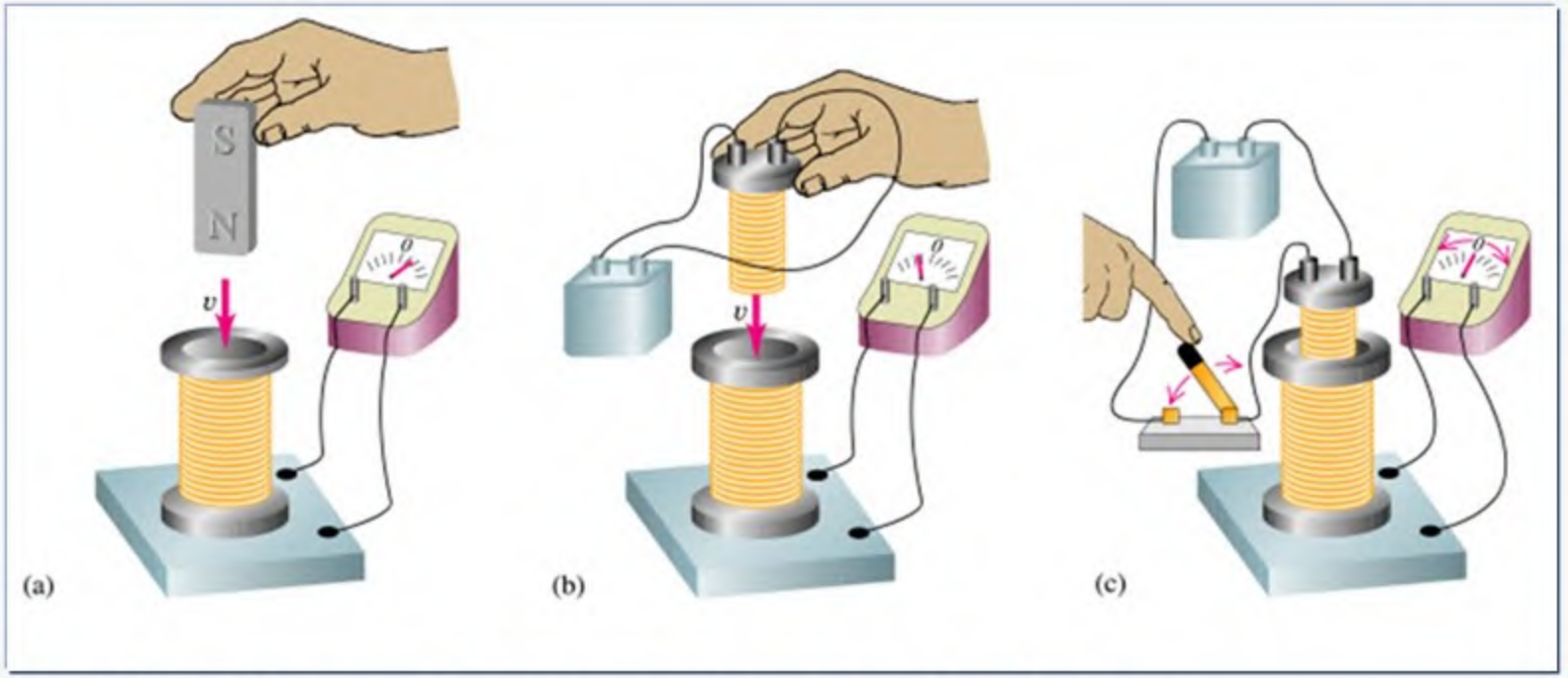
درس سی و دوم

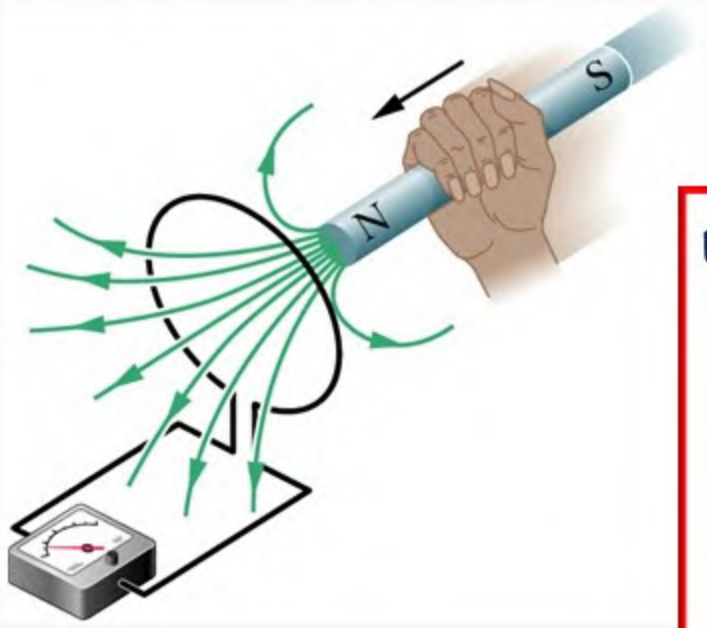
قانون فارادی

Faraday's Law

قانون فارادی به واسطه‌ی آزمایش‌هایی کشف شد که مایکل فارادی در سال ۱۸۳۱ میلادی در انگلستان و تقریبا هم زمان با وی ژوزف هانری (۱۸۷۸ - ۱۷۹۷) در آمریکا انجام دادند.

مایکل فارادی
(۱۷۹۱ - ۱۸۶۷)



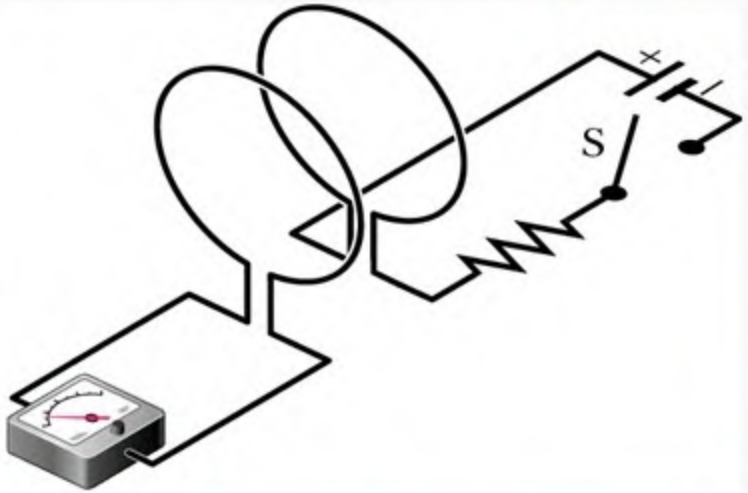


وجه مشترک این آزمایش‌ها تغییر شار میدان مغناطیسی در حلقه با زمان است

قانون فارادی: هر گاه شار مغناطیسی در یک مدار تغییر کند، در آن مدار نیرو محرکه‌ای القا می‌شود که با منفی آهنگ تغییر شار مساوی است.

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

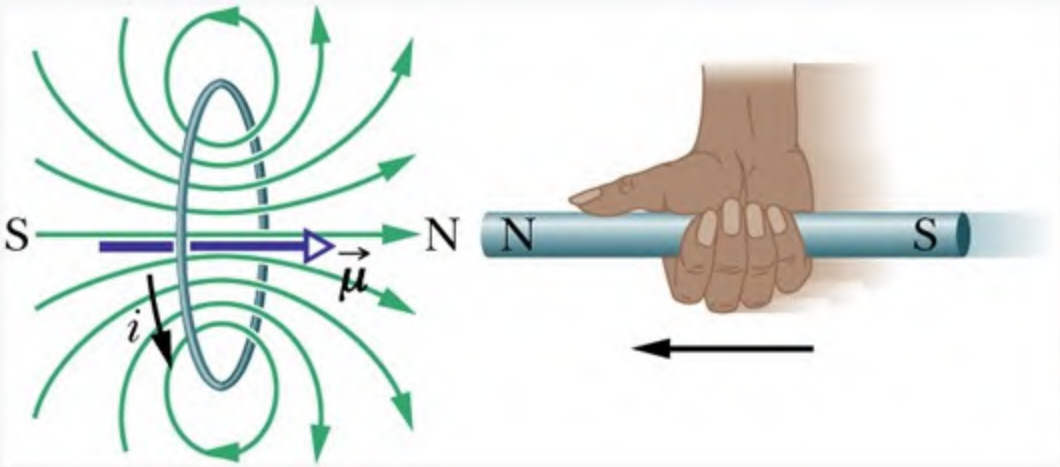
علامت منفی در واقع جهت نیرو محرکه‌ی القایی (جهت جریان القایی) را تعیین می کند.



در صورتی که حلقه شامل N دور سیم باشد و در همه ی آن ها شار مغناطیسی با آهنگ یکسانی تغییر کند قانون فارادی به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\mathscr{E} = -\frac{N d\Phi_B}{dt}$$

Heinrich Friedrich Emil Lenz
(1804-1865)



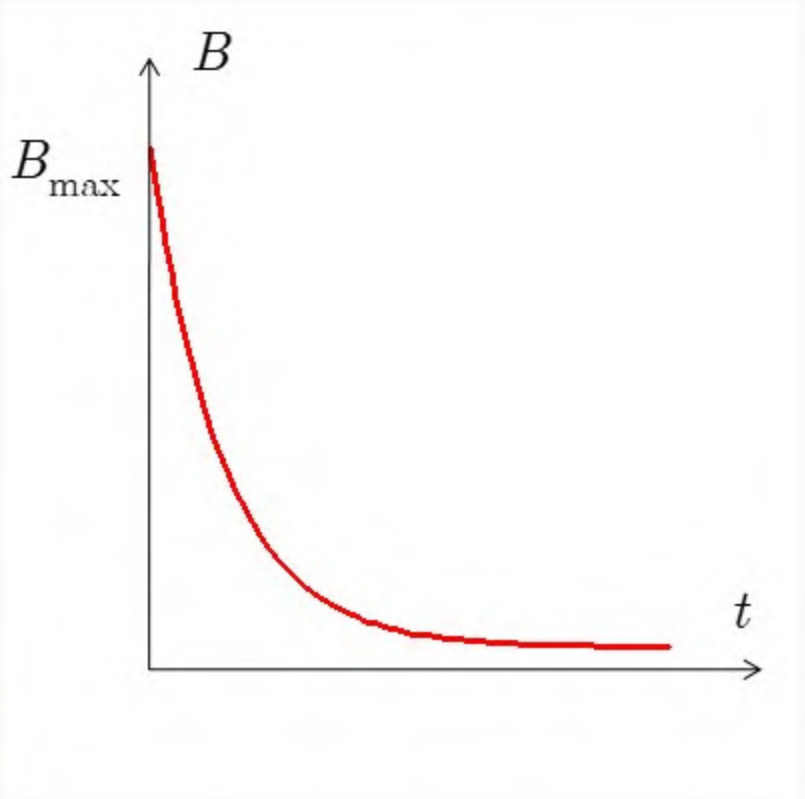
جهت جریان القایی در یک حلقه‌ی رسانای بسته چنان است که با عاملی که آن را به وجود آورده است، مخالفت می‌کند.

اگر میله‌ی آهن ربا را به حلقه‌ی سیمی نزدیک کنیم در آن جریانی القا می‌شود. جهت جریان القایی (که تعیین کننده‌ی جهت گشتاور مغناطیسی حلقه است) به گونه‌ای است که به میله‌ی آهن ربا **نیروی دافعه** وارد می‌شود و ما برای نزدیک کردن میله به حلقه بایستی انرژی صرف کنیم. این انرژی می‌تواند مثلا به صورت گرما در مقاومت سیم حلقه تلف شود. اگر جریان در جهت عکس برقرار می شد (بر خلاف قانون لنز) حلقه آهن ربا را **جذب می کرد** و بدون صرف انرژی به سمت آن شتاب می‌گرفت و در مقاومت حلقه نیز گرما تولید می‌شد. و این آشکارا ناقض اصل پایستگی انرژی است.

مثال: فرض کنید در ناحیه ای از فضا میدان مغناطیسی یکنواخت بر قرار است و طبق رابطه‌ی

$$B(t) = B_{\max} e^{-at}$$

با زمان تغییر می کند. نیرو محرکه‌ی القایی در حلقه‌ای که در این ناحیه قرار دارد و صفحه‌ی آن عمود بر میدان است، چقدر است؟



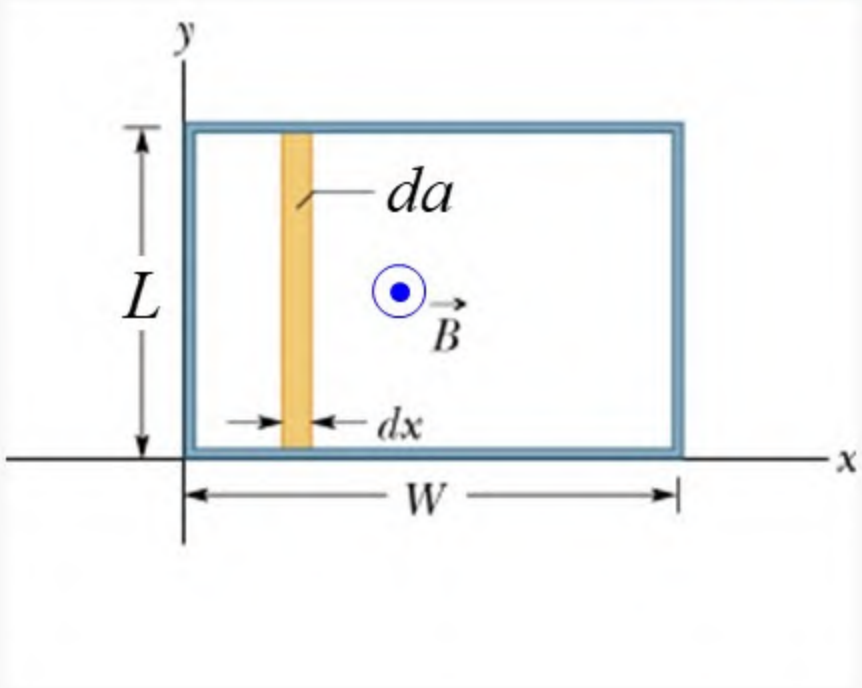
$$\Phi_B = \int \vec{B}.d\vec{a} = \int B da \cos 0 = BA$$

$$\Phi_B(t) = AB_{\max} c^{-at}$$

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -AB_{\max}\frac{d}{dt}c^{-at}$$

$$\mathscr{E} = aAB_{\max} c^{-at}$$

محاسبه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی وقتی که میدان مغناطیسی یکنواخت نباشد.

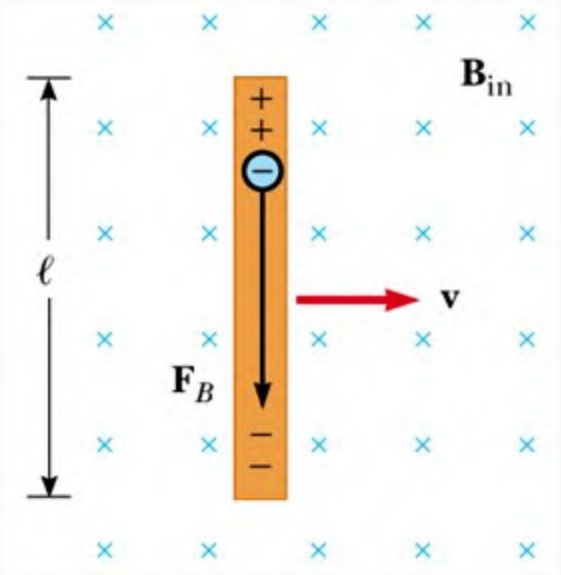


$$\vec{B} = 4t^2x^2 \ \hat{k}$$

$$\Phi_B = \int \vec{B}.d\vec{a} = \int_0^W \left(4t^2x^2\right) L dx$$

$$\Phi_B = \frac{4}{3} L t^2 W^3$$

$$\left|\mathscr{E}\right| = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{8}{3} L t W^3$$



مطابق شکل میله رسانایی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت حرکت می‌کند. بنابر این به الکترون های درون سیم از طرف میدان مغناطیسی نیرو وارد می شود:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

بدین ترتیب در دو انتهای میله بارهای مثبت و منفی جمع می‌شوند. این تجمع بار تا آن جا پیش می‌رودکه جاذبه‌ی الکتریکی بین بارها و نیروی مغناطیسی به تعادل برسند:

$$F_B = F_E \Rightarrow q\mathrm{v}B = qE \qquad E = \mathrm{v}B$$

$$\mathscr{E} = \Delta\mathrm{V} = El = Bl\mathrm{v}$$

اگر راستای حرکت میله بر بردار میدان عمود نباشد نیرو محرکه‌ی القایی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\mathscr{E} = \int (\vec{v} \times \vec{B}).d\vec{l}$$

مطابق شکل حلقه‌ی سیمی با مقاومت الکتریکی R که درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد، با سرعت ثابت بیرون کشیده می شود.

الف) جریان الکتریکی القایی در حلقه،

ب) توان گرمایی ژول تلف شده در مقاومت سیم،

ج) توان نیروی خارجی را به دست آورید.

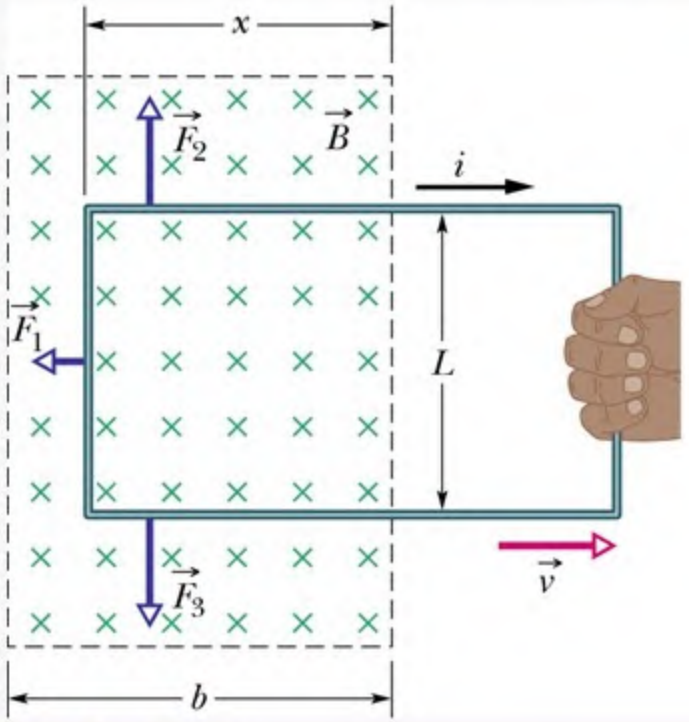
$$\Phi_B = \int \vec{B}.d\vec{a} = BA = Blx$$

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx)$$

$$\mathscr{E} = -Bl\frac{dx}{dt} = Blv$$

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{Blv}{R}$$

$$P_J = RI^2 = \frac{B^2l^2v^2}{R}$$

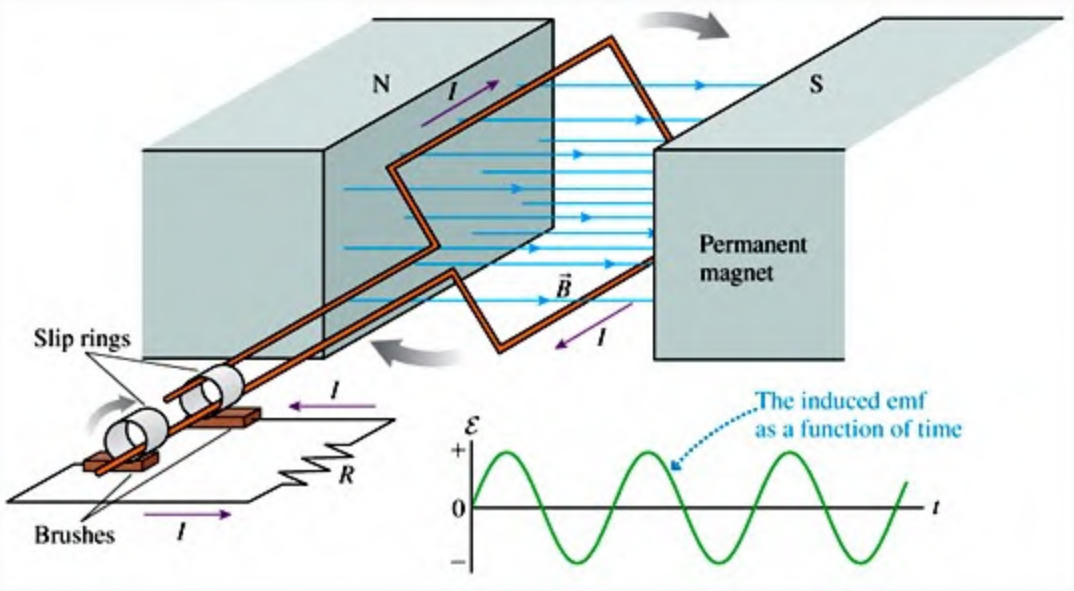


$$F_{ext} = F_1 = IlB$$

$$P = F_{ext}v = (IlB)v = \frac{B^2l^2v^2}{R}$$

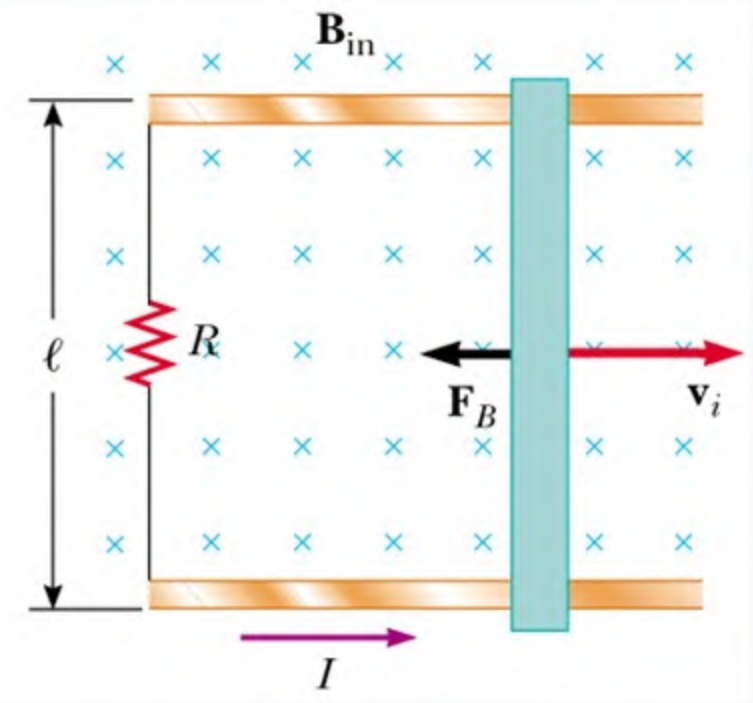
$$P_J = P$$

$$\Phi_B = \vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta = AB\cos\omega t$$



$$\mathscr{E} = -N\frac{d\Phi_m}{dt} = -ABN\frac{d}{dt}(\cos\omega t) = \omega ABN\sin\omega t = \mathscr{E}_0\sin\omega t$$

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{\mathscr{E}_0}{R}\sin\omega t = I_0\sin\omega t$$



مطابق شکل میله‌ای رسانا به جرم m بر روی ریل رسانایی که دو سر آن در یک انتها به هم وصل شده است، قرار دارد و می تواند آزادانه بلغزد. در لحظه‌ی $t=0$ به میله سرعت اولیه‌ای برابر با v_i به سمت راست داده می شود. سرعت آن را بر حسب زمان پیدا کنید.

$$F_B = -IlB$$

$$m\frac{dv}{dt} = -IlB$$

$$F_B = -IlB$$

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R}$$

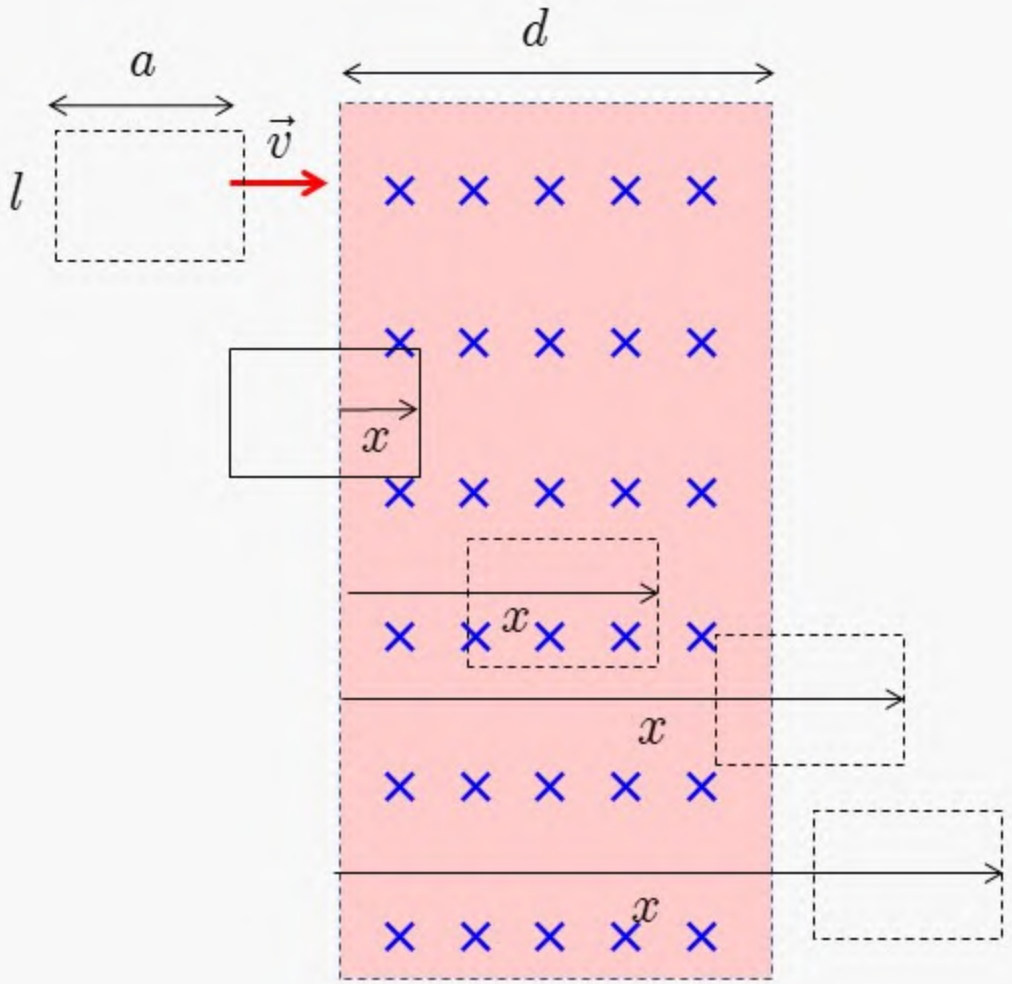
$$I = \frac{Blv}{R}$$

$$m\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2l^2}{R}v$$

$$\frac{dv}{v} = -\left(\frac{B^2l^2}{mR}\right)dt$$

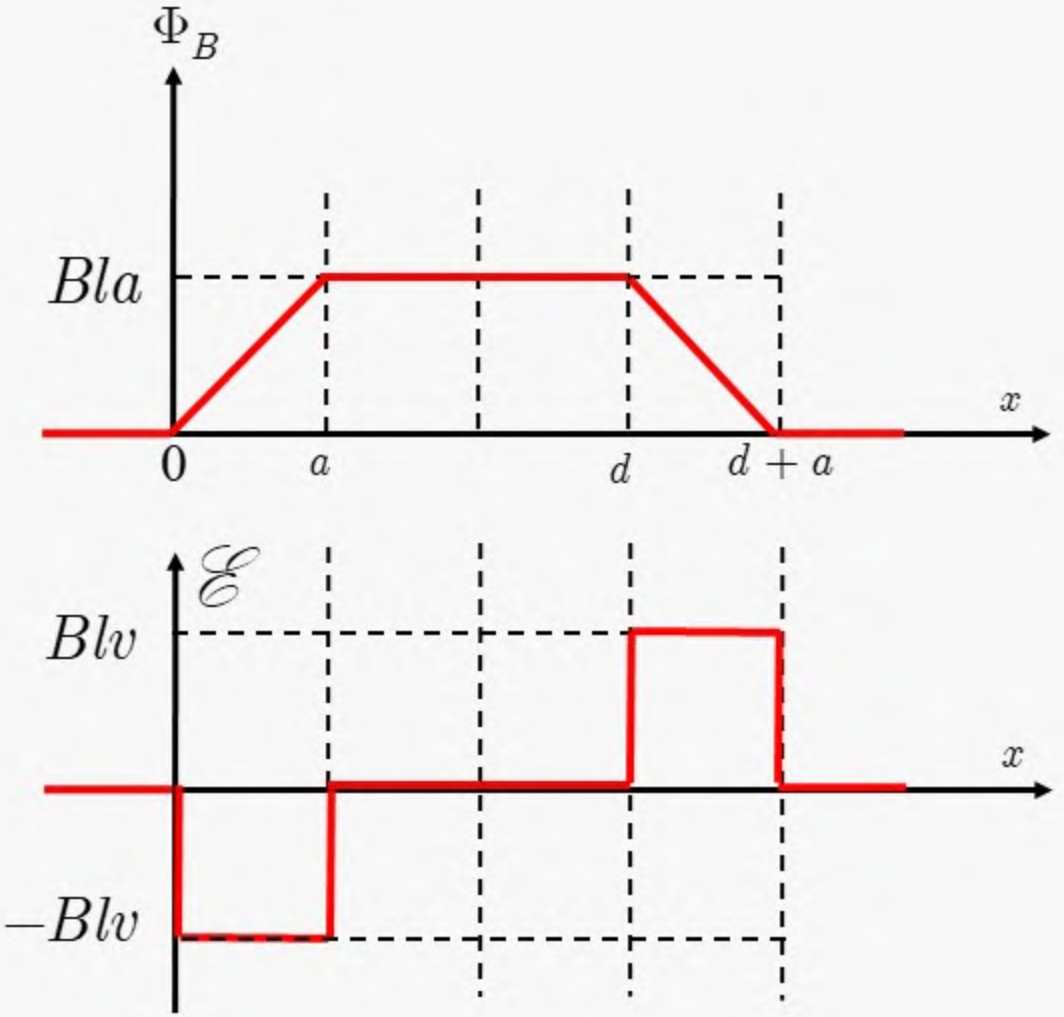
$$v = v_i e^{-t/\tau}$$

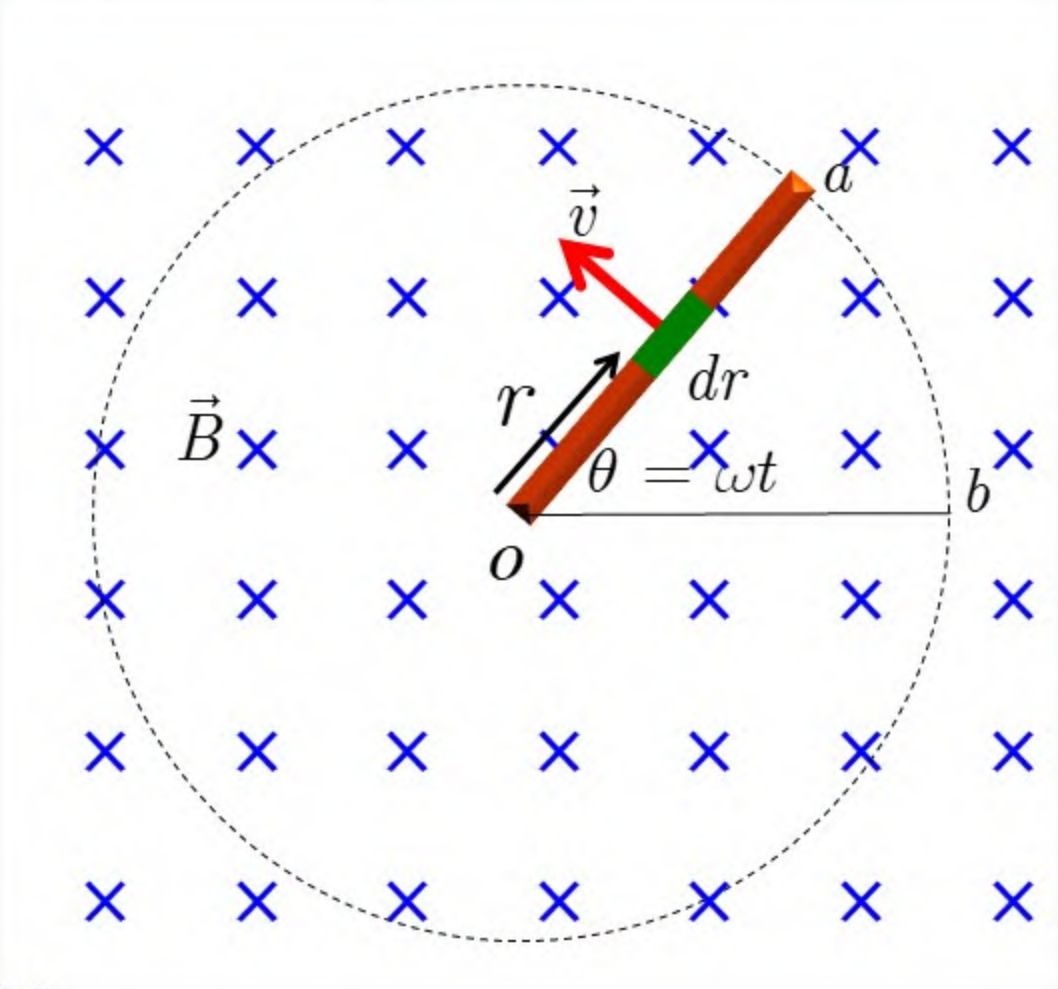
$$\tau = \left(\frac{B^2l^2}{mR}\right)^{-1}$$



$$\Phi_B = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ Blx & 0 < x < a \\ Bla & a < x < d \\ Bl\big[a - (x - d)\big] & d < x < d + a \\ 0 & x > d + a \end{cases}$$

$$\mathscr{E} = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ -Blv & 0 < x < a \\ 0 & a < x < d \\ Blv & d < x < d + a \\ 0 & x > d + a \end{cases}$$


Φ_B
Bla
x
0
a
d
$d+a$
$\mathscr{E}$
Blv
x
$-Blv$



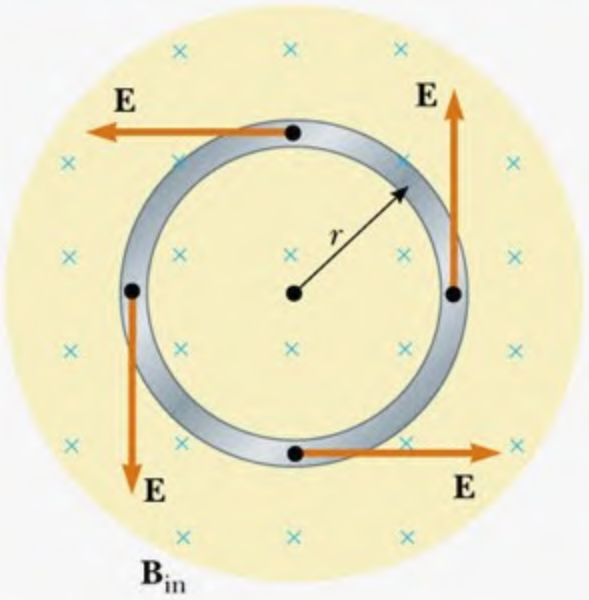
$$d\mathscr{E} = Bdrv = B\omega r dr$$

$$\mathscr{E} = \int d\mathscr{E} = B\omega \int_0^R r dr = \frac{1}{2} B\omega R^2$$

$$\Phi_B = B\left(\frac{1}{2}R^2\theta\right)$$

روش دوم: بررسی شار مغناطیسی عبوری از قطاع oab .

$$|\mathscr{E}| = \frac{d\Phi_B}{dt} = B\left(\frac{1}{2}R^2\omega\right)$$



اگر حلقه‌ی رسانایی در میدان مغناطیسی متغیر با زمان قرار گیرد، طبق قانون فارادی در حلقه جریانی القا می‌شود. یعنی الکترون ها درون حلقه شتاب می گیرند. به بیان دیگر یک میدان الکتریکی در حلقه القا شده که باعث شتاب گرفتن الکترون ها می‌شود.

اگر به جای حلقه یک بار آزمون q قرار دهیم ، شتاب می گیرد یعنی به آن نیرو وارد می‌شود.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

این نیرو بر روی بار آزمون کار انجام می‌دهد $W = \oint \vec{F}.d\vec{l}$

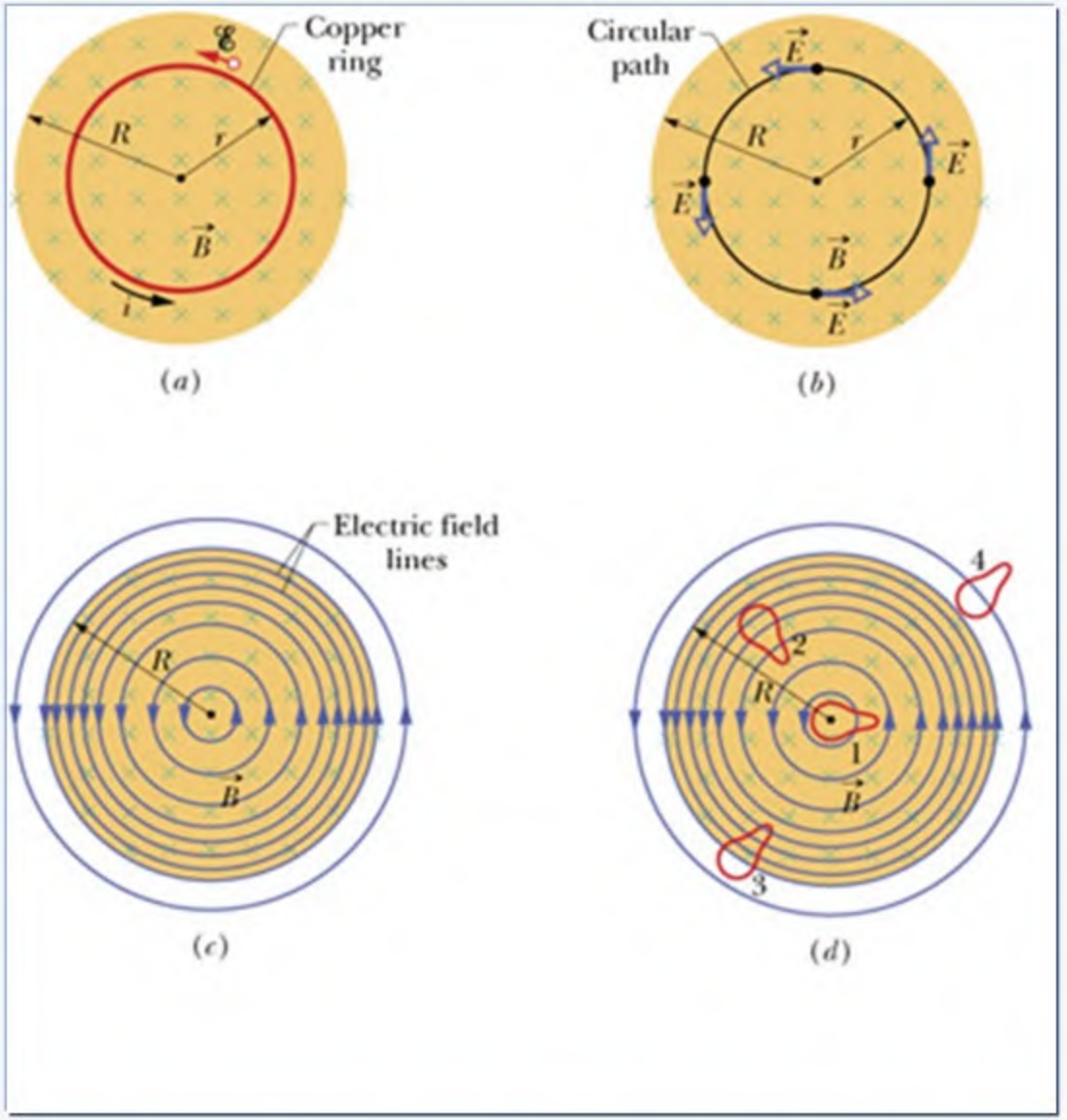
از سوی دیگر $W = q\mathscr{E}$

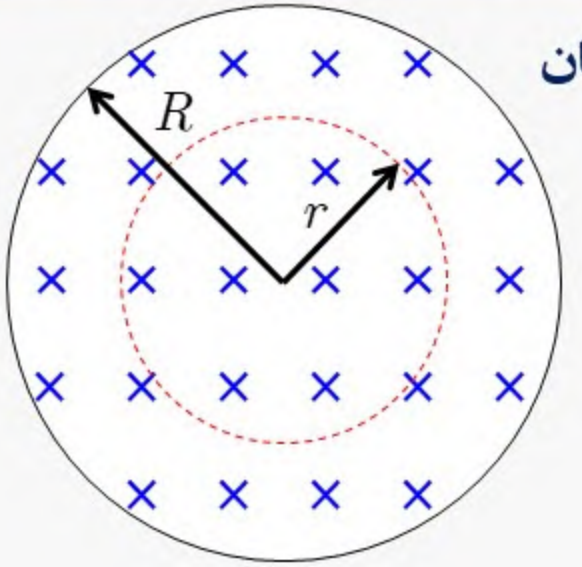
$$q\mathscr{E} = q\oint \vec{E}.d\vec{l}$$

$$\oint \vec{E}.d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

این میدان الکتریکیِ القایی پایستار نیست

دانشگاه خوارزمی


Copper ring
R
r
B
i
(a)
Circular path
E
(b)
Electric field lines
(c)
1
2
3
4
(d)



سیملوله‌ی درازی دارای سطح مقطع دایره ای به شعاع R است. سیملوله به یک منبع جریان متناوب متصل است به طوری که میدان مغناطیسی درون سیملوله به شکل زیر با زمان تغییر کند:

$$B = B_0 \sin \omega t$$

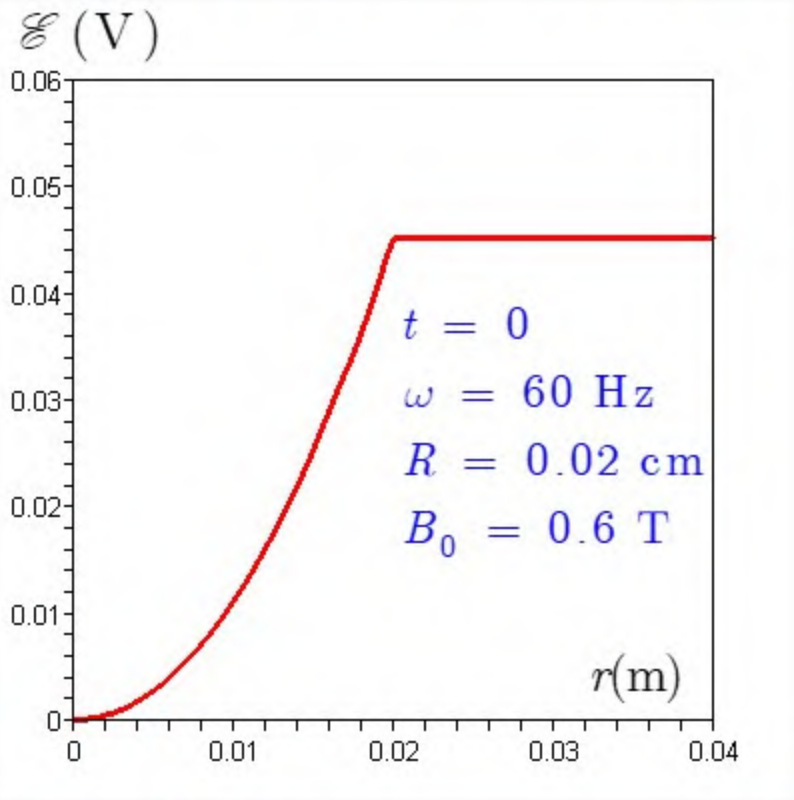
نیرو محرکه و میدان الکتریکی القایی را برحسب فاصله‌ی شعاعی از محور سیملوله پیدا کنید.

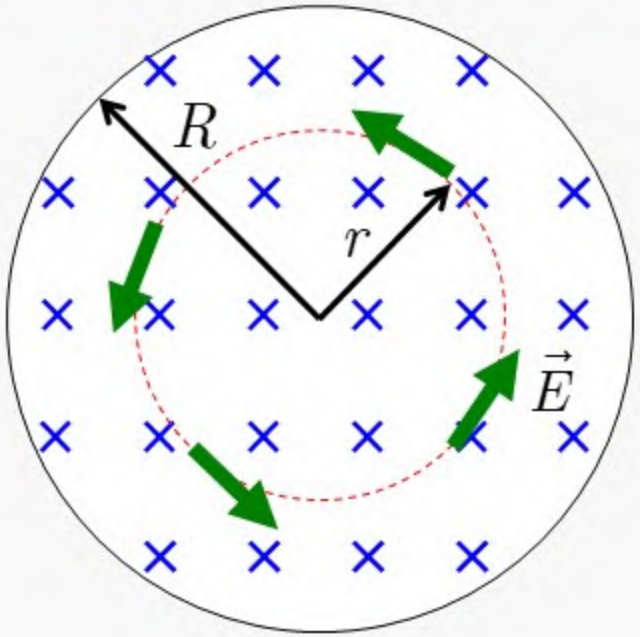
$r < R$

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B\pi r^2\right) = \pi r^2 \omega B_0 \cos \omega t$$

$r > R$

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B\pi R^2\right) = \pi R^2 \omega B_0 \cos \omega t$$





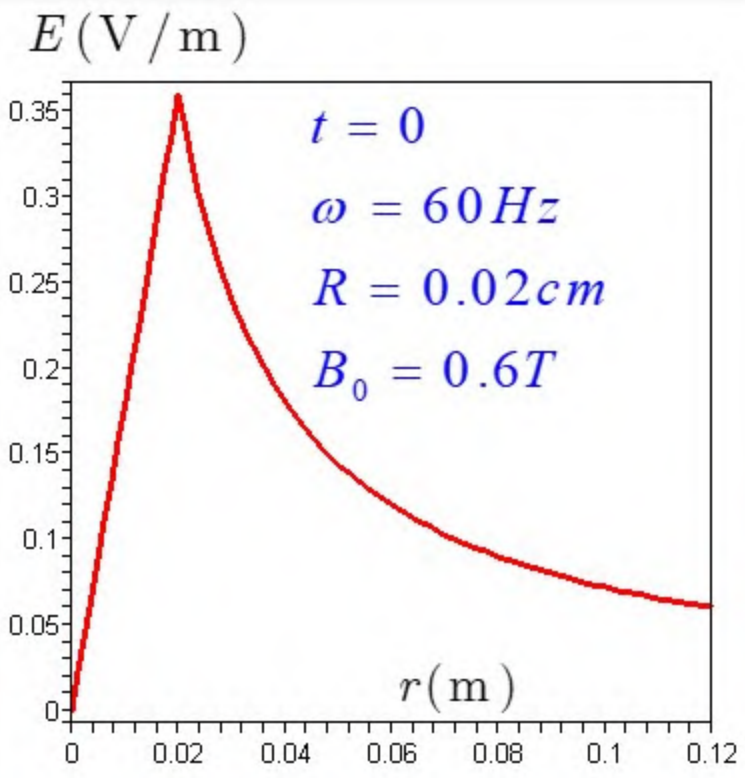
در مسئله‌ی قبل میدان الکتریکی القایی را بر حسب فاصله‌ی شعاعی از محور سیملوله پیدا کنید.

$$\oint \vec{E}.d\vec{l} = \mathscr{E} \Rightarrow E\,2\pi r = \mathscr{E}$$

$$E = \frac{\mathscr{E}}{2\pi r}$$

$$r < R \Rightarrow E = \frac{1}{2} r\omega B_0 \cos\omega t$$

$$r > R \Rightarrow E = \frac{1}{2r} R^2\omega B_0 \cos\omega t$$



شاد و مهربان باشید