Fundamentals of Physics II

Faculty of Physics-Kharazmi University

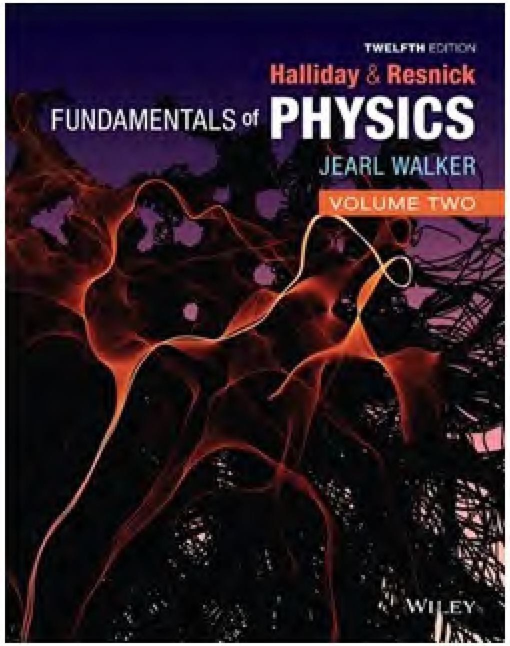
Dr. Faramarz Kanjouri

Spring 2025

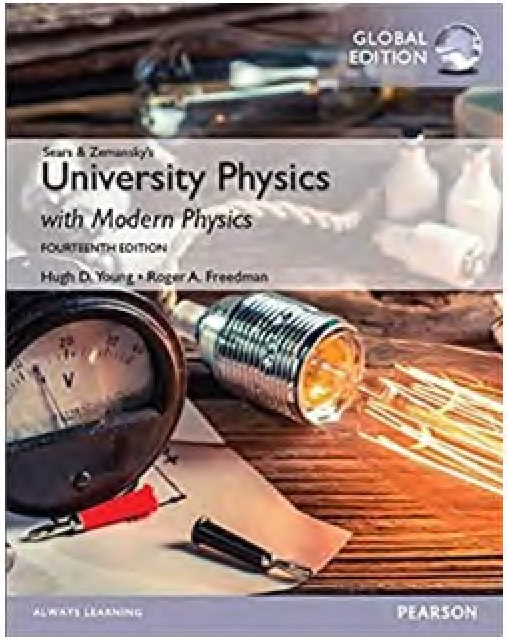
اگر همواره مانند گذشته بیندیشید، همیشه همان چیزهایی را به‌دست می‌آورید که تاکنون کسب کرده‌اید

If you always think the way you've always thought, you'll always get what you've always got.

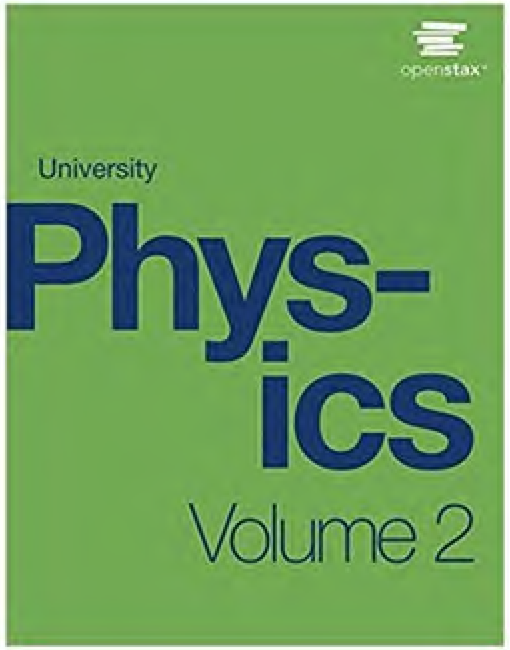
Fundamentals of Physics (12th Ed.)
Halliday, David; Resnick, Robert; Walker, Jearl



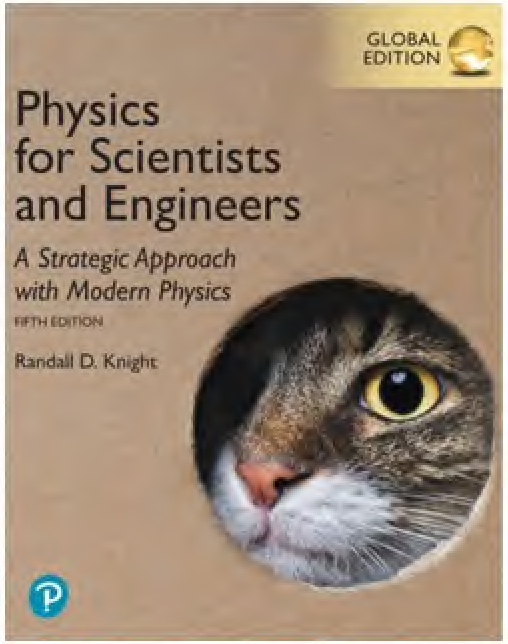
University Physics with Modern Physics (14th Global Ed.)
Hugh D. Young, Roger A. Freedman



University Physics Volume 2
Samuel J. Ling, Jeff Sanny, William Moebs



P H Y S I C S For Scientists and Engineers, 5e, (2023)
Randall D. Knight

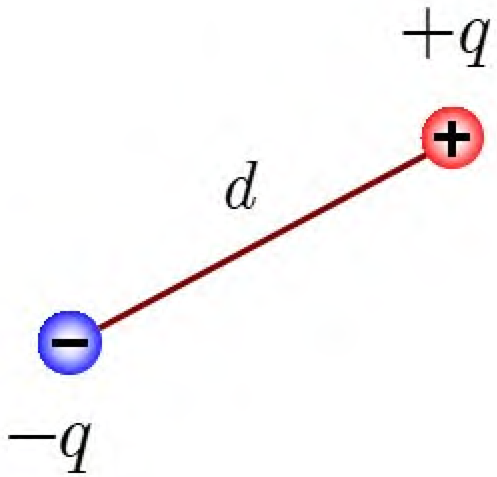


درس سیزدهم

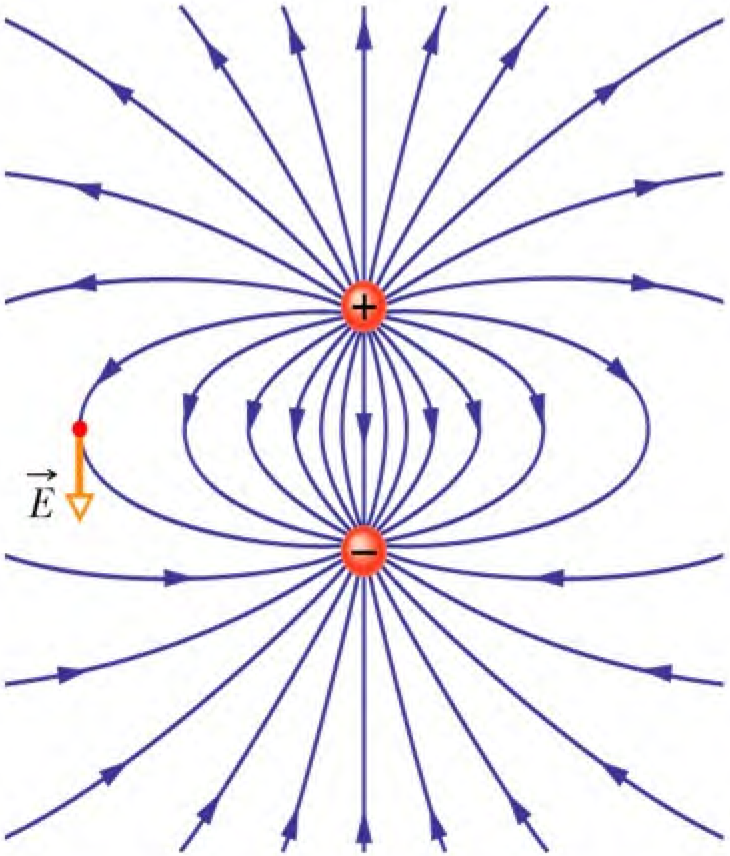
دوقطبی الکتریکی

Electric Dipole

دانشگاه خوارزمی

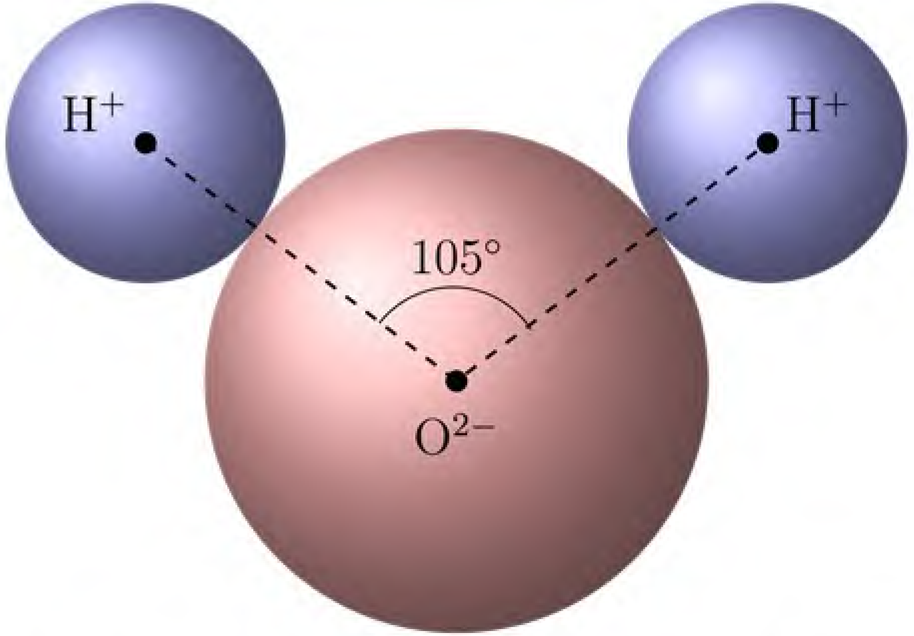


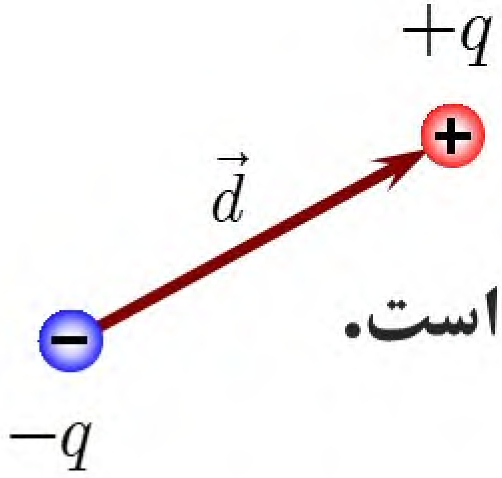
دستگاهی متشکل از دو بار نقطه‌ای مساوی و ناهمنام



بار خالص دو قطبی صفر است اما در فضای اطراف آن میدان الکتریکی وجود دارد.

برخی از مولکول‌ها مانند مولکول آب از لحاظ بار الکتریکی متقارن نیستند و یک دو قطبی تشکیل می‌دهند. بنابر این مطالعه‌ی دو قطبی‌ها برای مطالعه‌ی مولکول‌ها و برهم‌کنش بین آن‌ها مفید است.





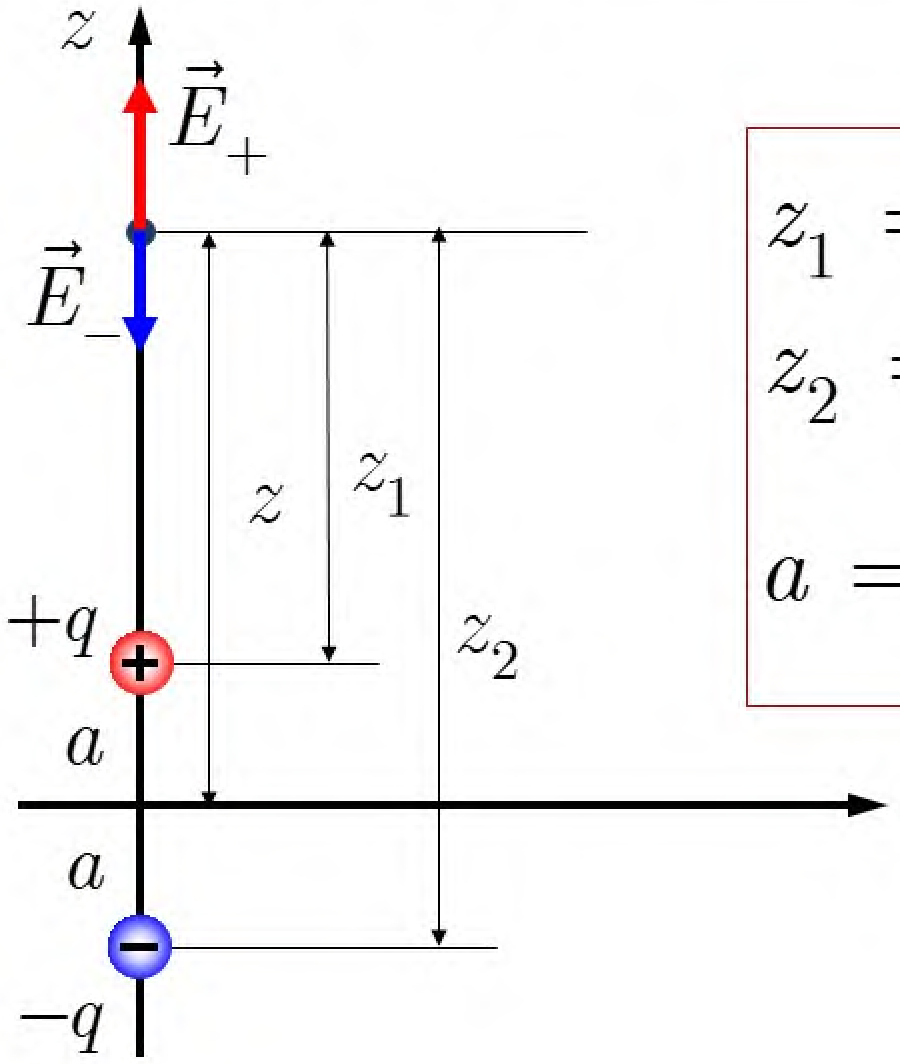
بردار $\vec{d}$ فاصله‌ی نسبی دو بار، از بار منفی به بار مثبت است.

$$\boxed{\vec{p} = q\vec{d}}$$

C.m برحسب p	مولکول
3.34×10^{-30}	HCl
2.60×10^{-30}	HBr
1.26×10^{-30}	HI
0.40×10^{-30}	CO
6.2×10^{-30}	H_2O
5.3×10^{-30}	SH_2
5.3×10^{-30}	SO_2
5.0×10^{-30}	NH_3
3.66×10^{-30}	C_2H_5OH
0	CO_2, H_2, CH_4

دانشگاه خوارزمی

الف) میدان الکتریکی دو قطبی در امتداد محور آن

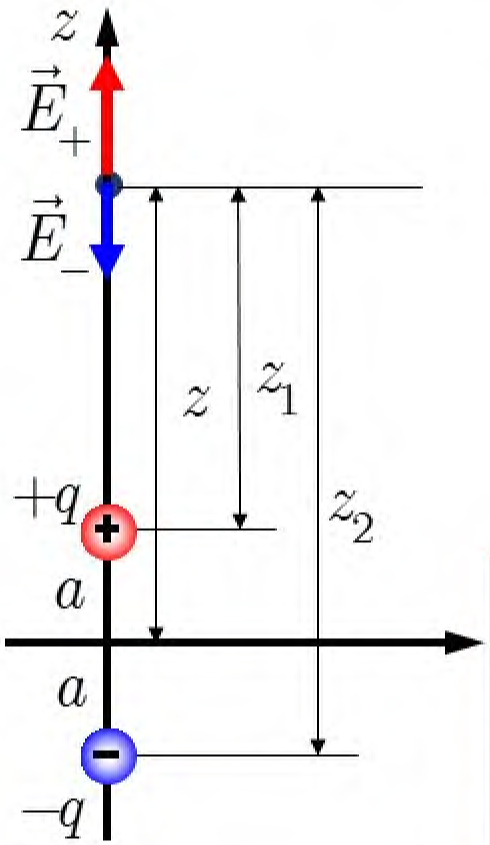


$$z_1 = z - a$$
$$z_2 = z + a$$
$$a = \frac{d}{2}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

برای $z > 0$

$$\vec{E}_+ = E_+ \hat{k}$$
$$\vec{E}_- = -E_- \hat{k}$$
$$\vec{E} = \left(E_+ - E_-\right)\hat{k}$$



$$E_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{{z_1}^2}$$

$$E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{{z_2}^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{{z_1}^2} - \frac{1}{{z_2}^2}\right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{\left(z-a\right)^2} - \frac{1}{\left(z+a\right)^2}\right)$$

$$\frac{1}{\left(z-a\right)^2} = \frac{1}{z^2}\frac{1}{\left(1-\frac{a}{z}\right)^2} = \frac{1}{z^2}\left(1-\frac{a}{z}\right)^{-2}$$

$$\frac{1}{\left(z+a\right)^2} = \frac{1}{z^2}\frac{1}{\left(1+\frac{a}{z}\right)^2} = \frac{1}{z^2}\left(1+\frac{a}{z}\right)^{-2}$$

$$\left(1+x\right)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m\left(m-1\right)}{2!}x^2 + \frac{m\left(m-1\right)\left(m-2\right)}{3!}x^3 + \cdots$$

$$\frac{1}{(z-a)^2} = \frac{1}{z^2}\left(1-\frac{a}{z}\right)^{-2} = \frac{1}{z^2}\left[1+(-2)\left(-\frac{a}{z}\right)+\cdots\right]$$

$$\frac{1}{(z+a)^2} = \frac{1}{z^2}\left(1+\frac{a}{z}\right)^{-2} = \frac{1}{z^2}\left[1+(-2)\left(\frac{a}{z}\right)+\cdots\right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(z-a)^2}-\frac{1}{(z+a)^2}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{z^2}\left(2\frac{2a}{z}\right)$$

$$2a = d, \quad qd = p$$

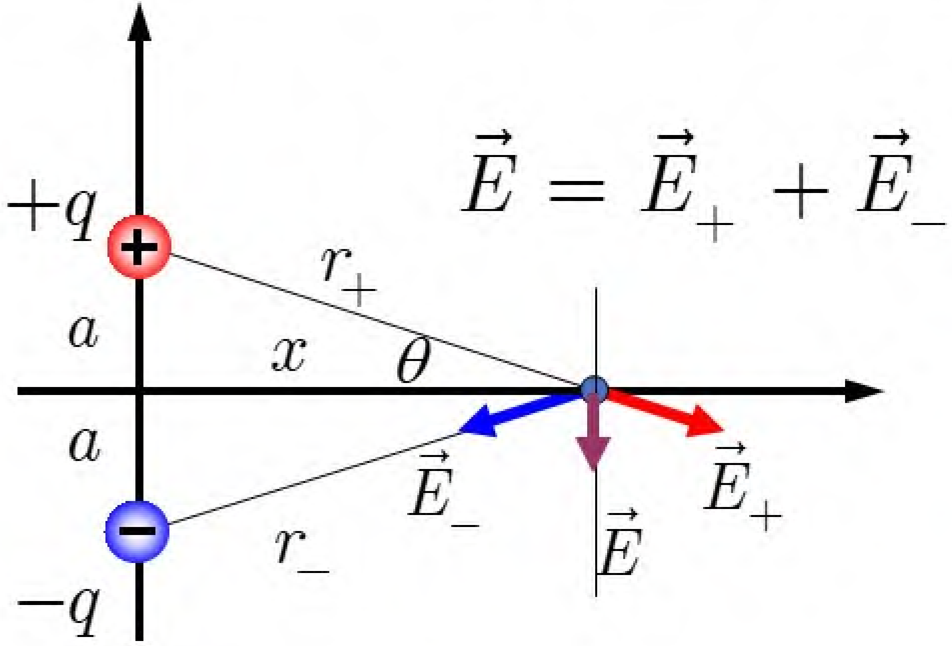
$$\boxed{E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{p}{z^3}}$$

توجه

میدان الکتریکی بار نقطه‌ای (تک قطبی) $E \propto \frac{1}{r^2}$

میدان الکتریکی دوقطبی نقطه‌ای $E \propto \frac{1}{r^3}$

دانشگاه خوارزمی



ب) میدان دو قطبی در نقطه‌ای روی خط عمود بر محور آن

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

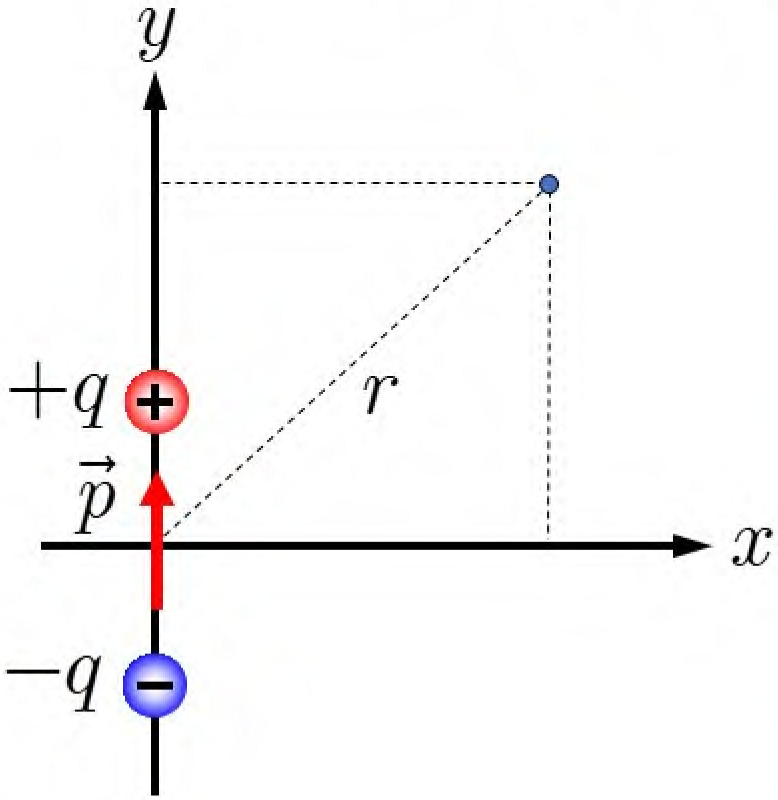
$$\boxed{r_+ = r_- = \sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$\boxed{E_+ = E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{a^2 + x^2}}$$

$$\boxed{E = 2E_+ \sin\theta = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0}\frac{a}{\left(a^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}}$$

$$if\ x \gg a \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{x^3}$$

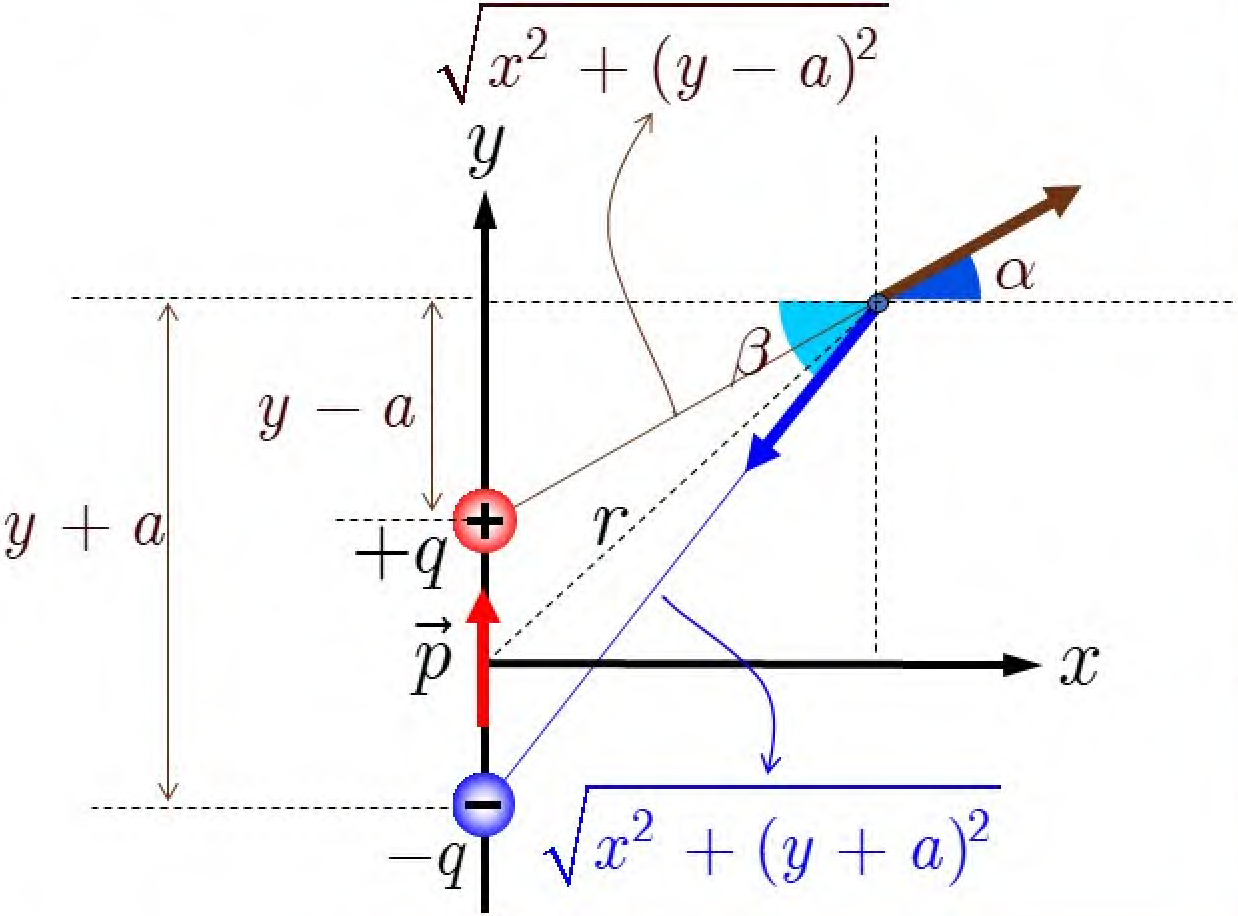
میدان الکتریکی ناشی از یک دو قطبی نقطه‌ای را در یک نقطه ی دلخواه به مختصات (x,y) پیدا کنید



جواب:

$$E_x = \frac{p}{4\pi\epsilon_0}\frac{3xy}{(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}}$$

$$E_y = \frac{p}{4\pi\epsilon_0}\frac{2y^2-x^2}{(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}}$$



$$E^+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\left[x^2+(y-a)^2\right]}$$

$$E_x^+ = E^+\cos\alpha = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{x}{\left[x^2+(y-a)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$E^- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\left[x^2+(y+a)^2\right]}$$

$$E_x^- = E^-\cos\beta = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{x}{\left[x^2+(y+a)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_x = E_x^+ - E_x^- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{x}{\left[x^2+(y-a)^2\right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{x}{\left[x^2+(y+a)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{1}{\left[x^2 + (y-a)^2\right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{\left[x^2 + (y+a)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right\}$$

$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{1}{\left[x^2 + y^2 - 2ay + a^2\right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{\left[x^2 + y^2 + 2ay + a^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right\}$$

$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 r^3}\left\{\frac{1}{\left[1 - \frac{2ay}{r^2} + \frac{a^2}{r^2}\right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{\left[1 + \frac{2ay}{r^2} + \frac{a^2}{r^2}\right]^{\frac{3}{2}}}\right\}$$

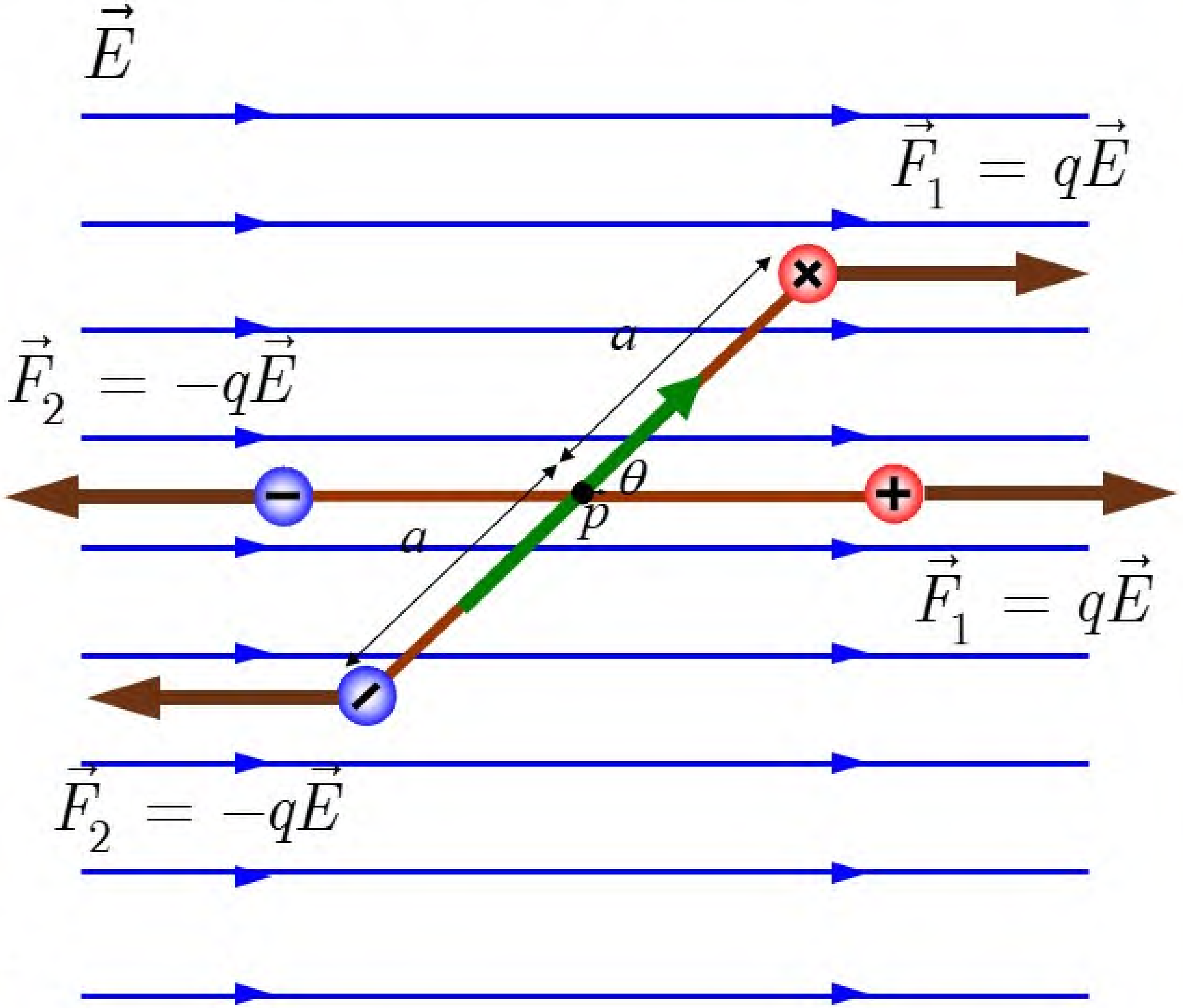
دانشگاه خوارزمی

$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 r^3}\left\{\left[1-\frac{2ay}{r^2}+\frac{a^2}{r^2}\right]^{-\frac{3}{2}} - \left[1+\frac{2ay}{r^2}+\frac{a^2}{r^2}\right]^{-\frac{3}{2}}\right\}$$

$$\left[1-\frac{2ay}{r^2}+\frac{a^2}{r^2}\right]^{-\frac{3}{2}} = 1+\frac{-\frac{3}{2}}{1!}\left(-\frac{2ay}{r^2}+\frac{a^2}{r^2}\right)+\cdots$$

$$\left[1+\frac{2ay}{r^2}+\frac{a^2}{r^2}\right]^{-\frac{3}{2}} = 1+\frac{-\frac{3}{2}}{1!}\left(+\frac{2ay}{r^2}+\frac{a^2}{r^2}\right)+\cdots$$

$$\boxed{E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 r^3}\frac{6ay}{r^2}} \qquad \boxed{E_x = \frac{p}{4\pi\epsilon_0}\frac{3xy}{r^5}} \qquad \boxed{E_x = \frac{p}{4\pi\epsilon_0}\frac{3xy}{(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}}}$$



$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

$$\tau_1 = F_1 a \sin\theta$$

$$\tau_2 = F_2 a \sin\theta$$

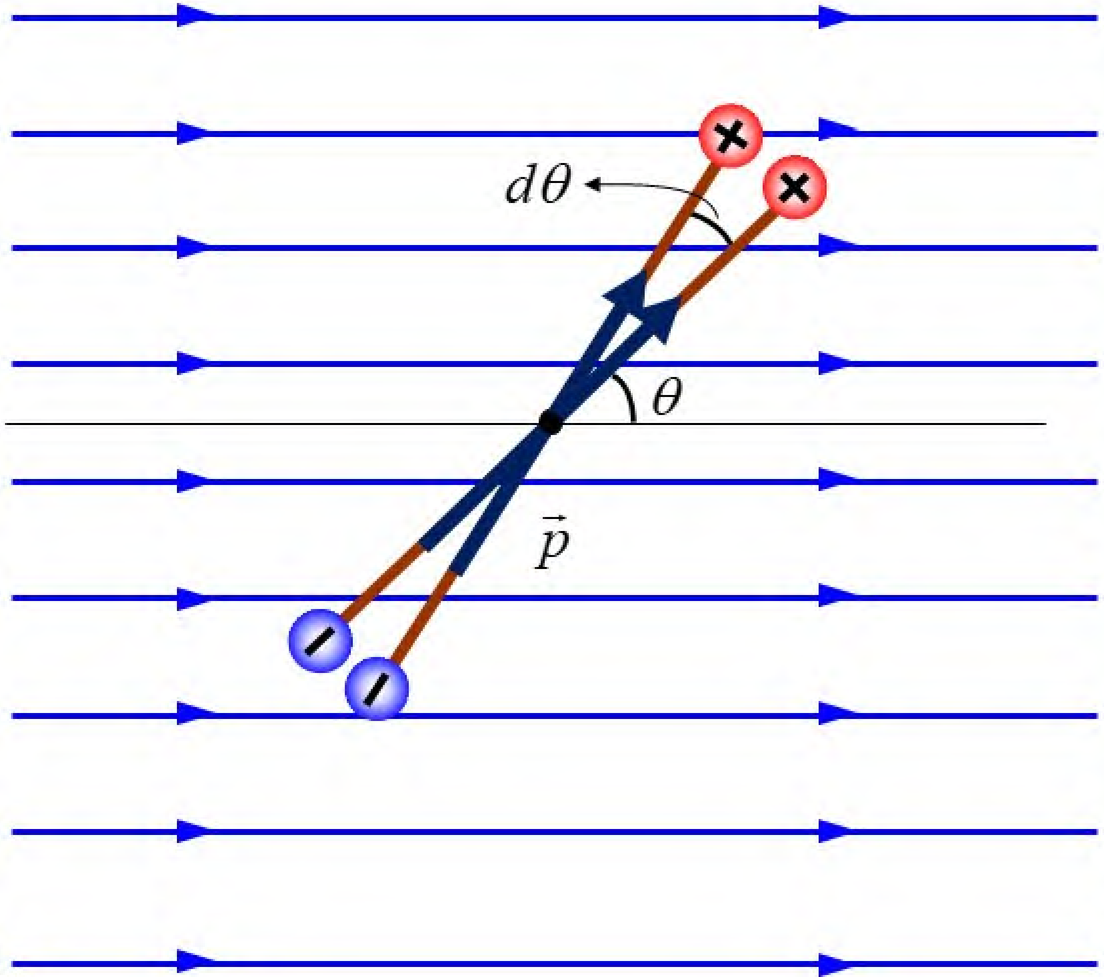
$$\tau_1 = \tau_2 = qEa\sin\theta$$

$$\tau_{total} = 2qEa\sin\theta$$

$$\tau_{total} = pE\sin\theta$$

$$\vec{\tau}_{total} = \vec{p}\times\vec{E}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$



$$dW = \tau d\theta = pE\sin\theta \; d\theta$$

$$dU = dW = pE\sin\theta \; d\theta$$

$$U(\theta) - U(\theta_0) = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau d\theta$$

$$U(\theta) - U(\theta_0) = \int_{\theta_0}^{\theta} pE\sin\theta d\theta$$

0

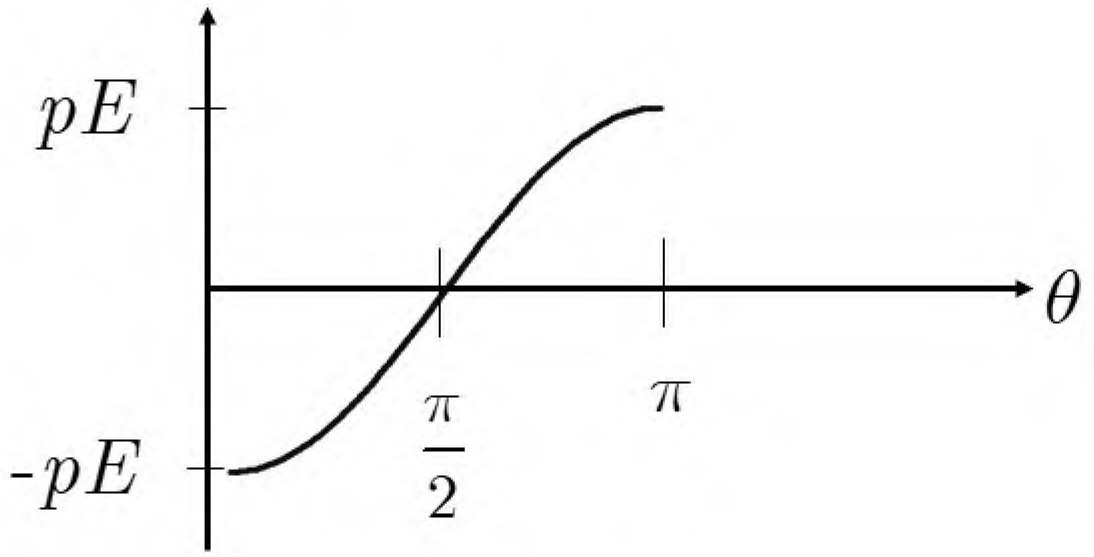
$$U(\theta) = pE\left(-\cos\theta + \cos\theta_0\right)$$

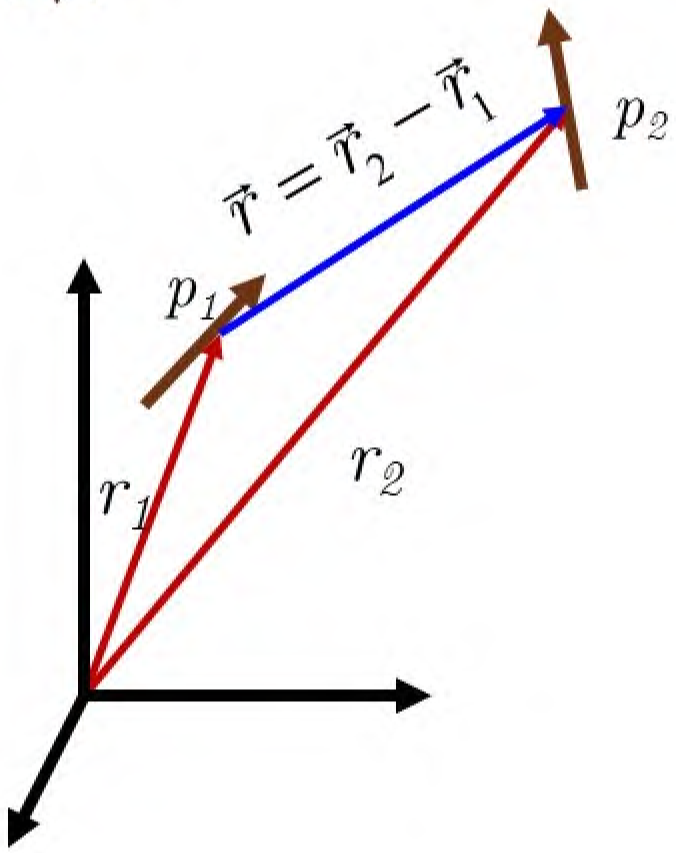
$$if \;\; \theta_0 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow U(\theta) = -pE\cos\theta$$

$$\boxed{U(\theta) = -\vec{p}.\vec{E}}$$

دانشگاه خوارزمی

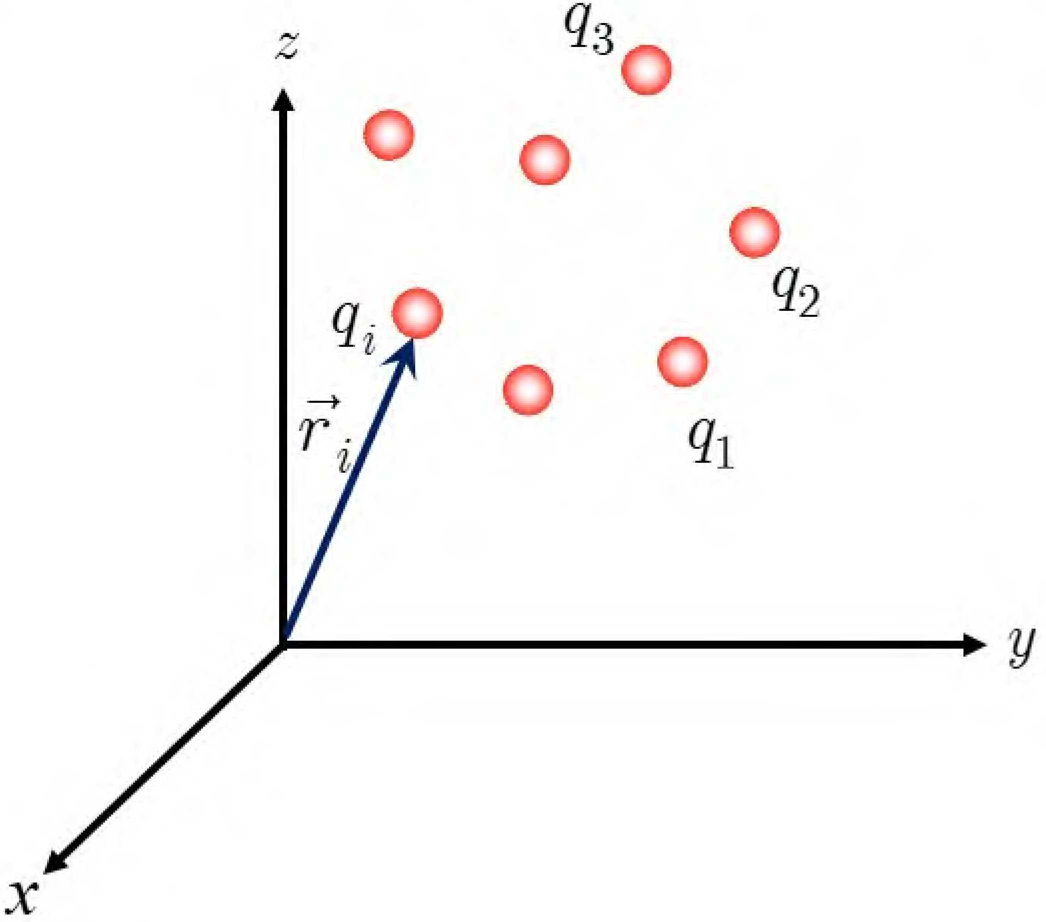
$$U(\theta) = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -pE\cos\theta$$



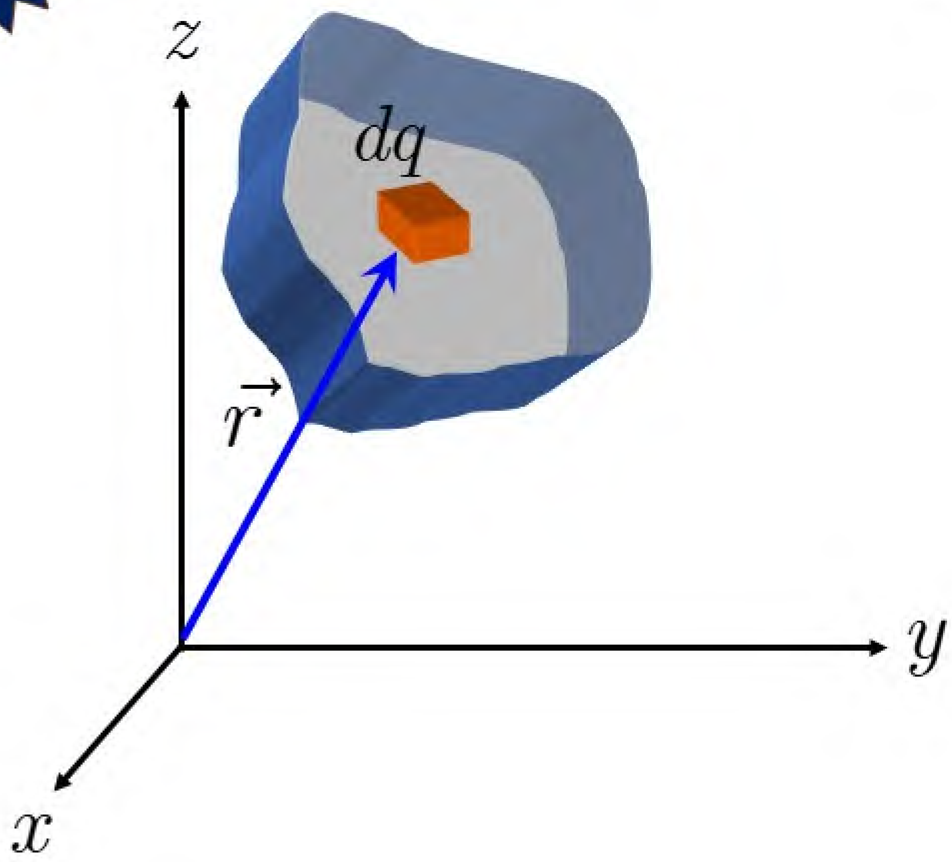


$$U_{21} = -\vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1$$

$$U_{21} = -\frac{3\left(\vec{p}_1 \cdot \hat{r}\right)\left(\vec{p}_2 \cdot \hat{r}\right) - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

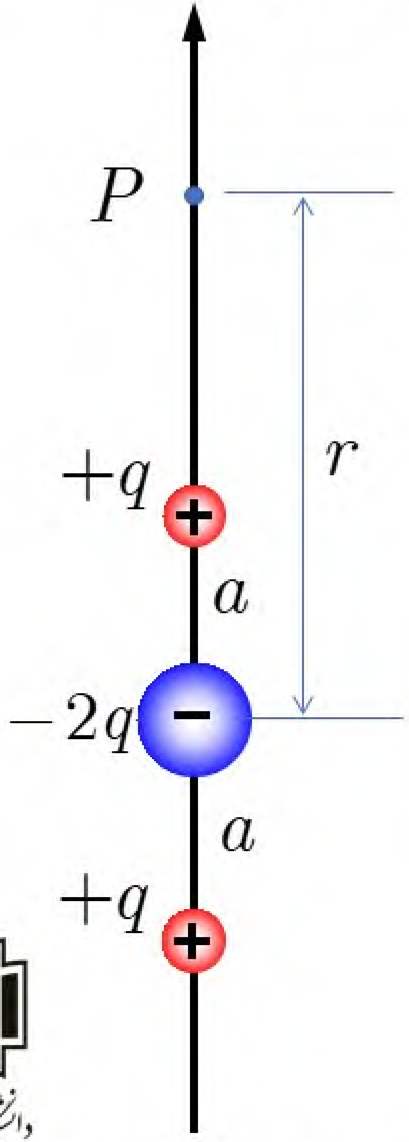


$$\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i$$



$$\vec{p} = \int \vec{r}dq = \int \vec{r}\,\rho(\vec{r})dv$$

شکل زیر یک چهارقطبی الکتریکی را نشان می دهد. میدان الکتریکی را در نقطه‌ی P پیدا کنید. فرض کنید $r \gg a$



$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q}{(r-a)^2} - \frac{2q}{r^2} + \frac{q}{(r+a)^2}\right]$$

$$\boxed{\frac{1}{(r-a)^2} = \frac{1}{r^2}\left(1-\frac{a}{r}\right)^{-2} = \frac{1}{r^2}\left(1 + \frac{-2}{1!}\left(-\frac{a}{r}\right) + \frac{(-2)(-3)}{2!}\left(-\frac{a}{r}\right)^2 + \cdots\right)}$$

$$\boxed{\frac{1}{(r+a)^2} = \frac{1}{r^2}\left(1+\frac{a}{r}\right)^{-2} = \frac{1}{r^2}\left(1 + \frac{-2}{1!}\left(\frac{a}{r}\right) + \frac{(-2)(-3)}{2!}\left(\frac{a}{r}\right)^2 + \cdots\right)}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{6a^2}{r^4}\right] \qquad \mathbf{Q} = 2qa^2 \qquad \boxed{E = \frac{3\mathbf{Q}}{4\pi\epsilon_0 r^4}}$$

شاد و مهربان باشید