

Fundamentals of Physics II

Faculty of Physics-Kharazmi University

Dr. Faramarz Kanjouri

Spring 2025

دانشگاه خوارزمی



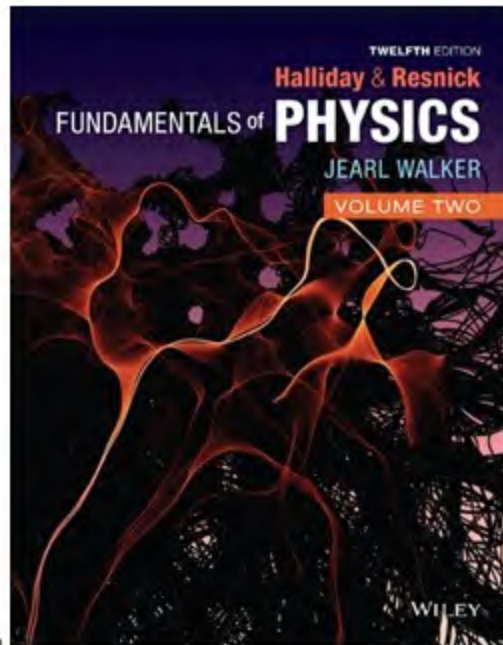
اگر همواره مانند گذشته بیندیشید، همیشه همان چیزهایی را به دست می آورید که تاکنون کسب کرده اید

If you always think the way you've always thought, you'll always get what you've always got.

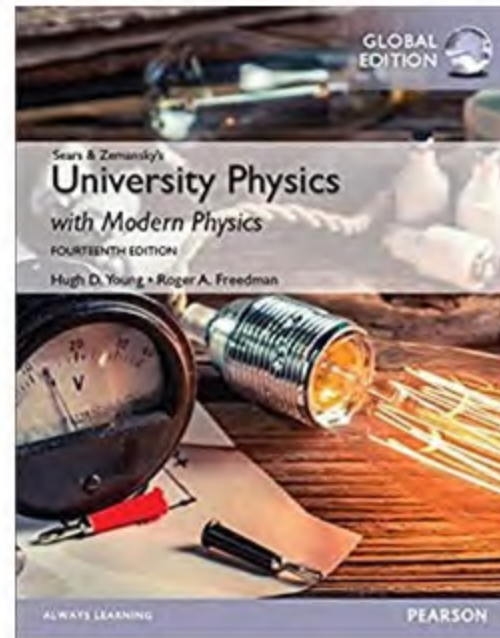


Fundamentals of Physics II

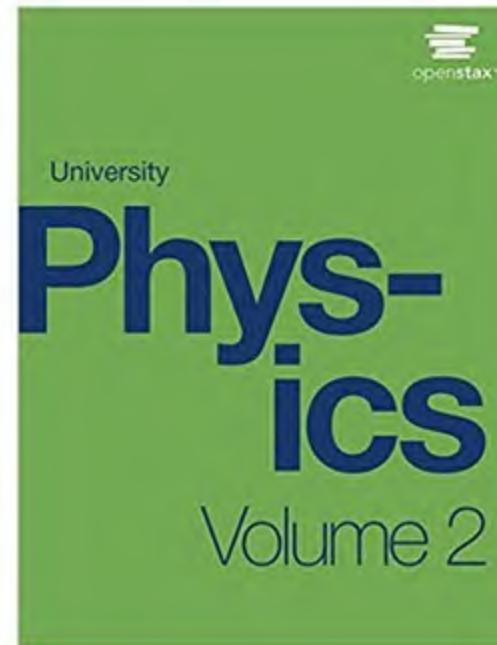
Fundamentals of Physics (12th Ed.)
Halliday, David;
Resnick, Robert;
Walker, Jearl



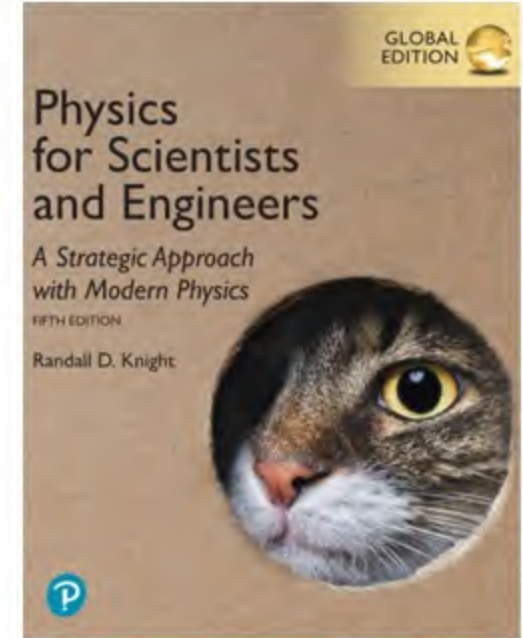
University Physics with Modern Physics (14th Global Ed.)
Hugh D. Young,
Roger A. Freedman



University Physics Volume 2
Samuel J. Ling, Jeff
Sanny, William Moebs



PHYSICS For Scientists and Engineers, 5e, (2023)
Randall D. Knight



درس سی و دوم

قانون فارادی

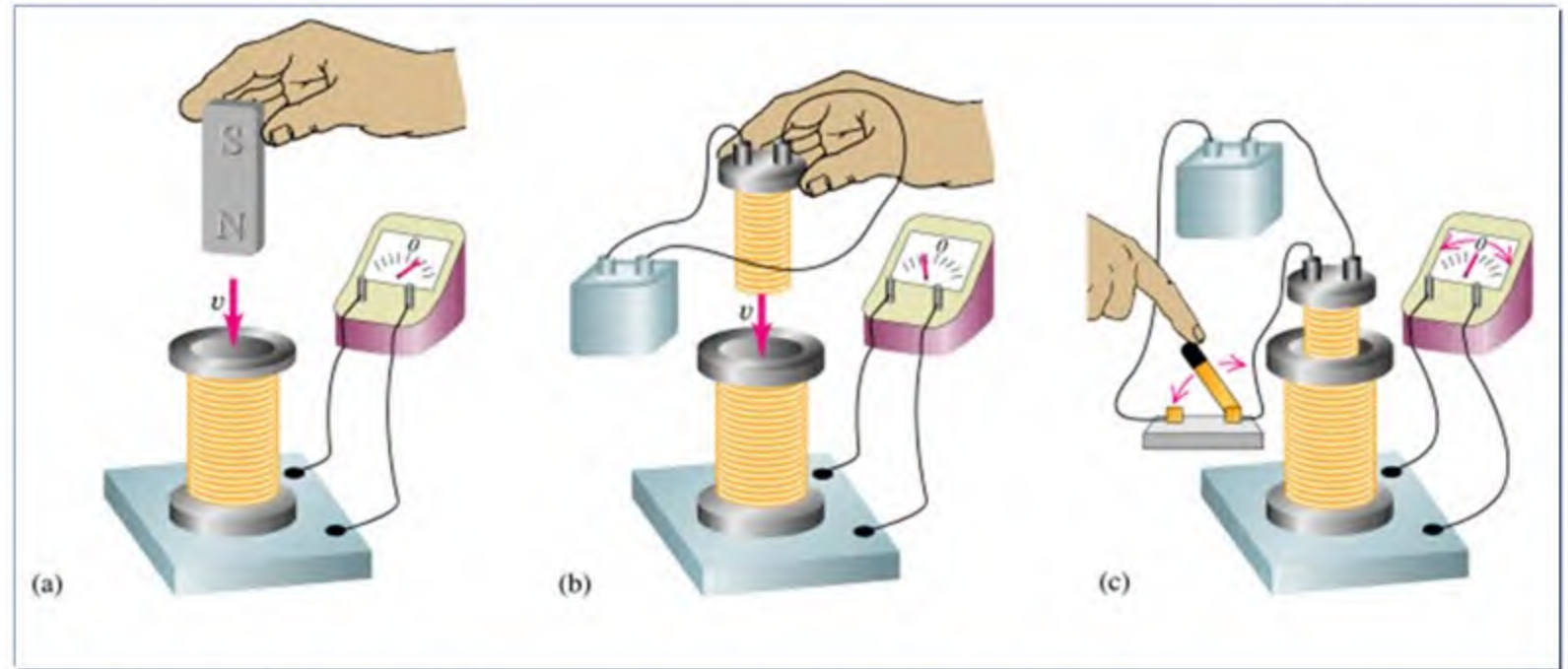
Faraday's Law

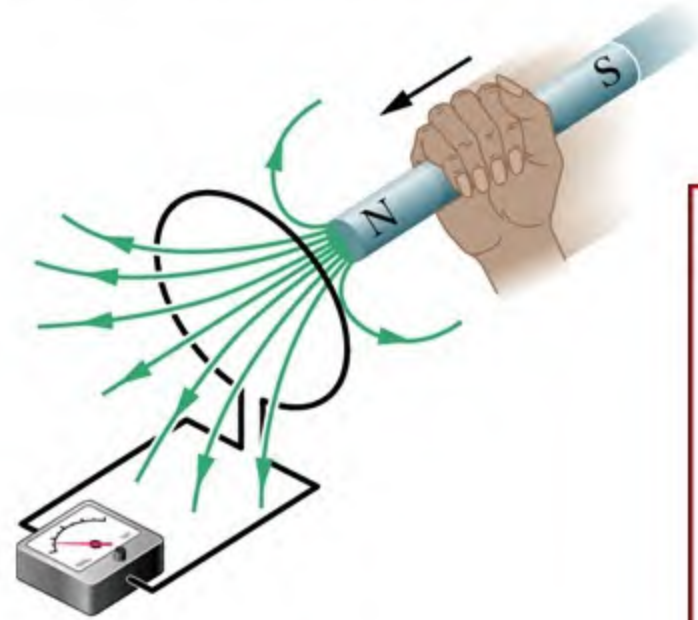




مایکل فارادی
(۱۷۹۱-۱۸۶۷)

قانون فارادی به واسطه‌ی آزمایش‌هایی کشف شد که مایکل فارادی در سال ۱۸۳۱ میلادی در انگلستان و تقریباً هم‌زمان با وی ژوزف هانری (۱۷۹۷-۱۸۷۸) در آمریکا انجام دادند.



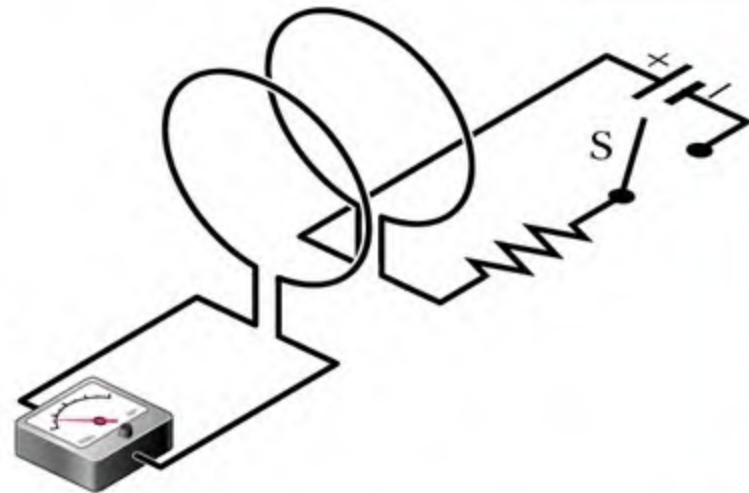


وجه مشترک این آزمایش‌ها تغییر شار میدان مغناطیسی در حلقه با زمان است

قانون فارادی: هر گاه شار مغناطیسی در یک مدار تغییر کند، در آن مدار نیرو محرکه‌ای القا می‌شود که با منفی آهنگ تغییر شار مساوی است.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

علامت منفی در واقع جهت نیرو محرکه‌ی القایی (جهت جریان القایی) را تعیین می‌کند.

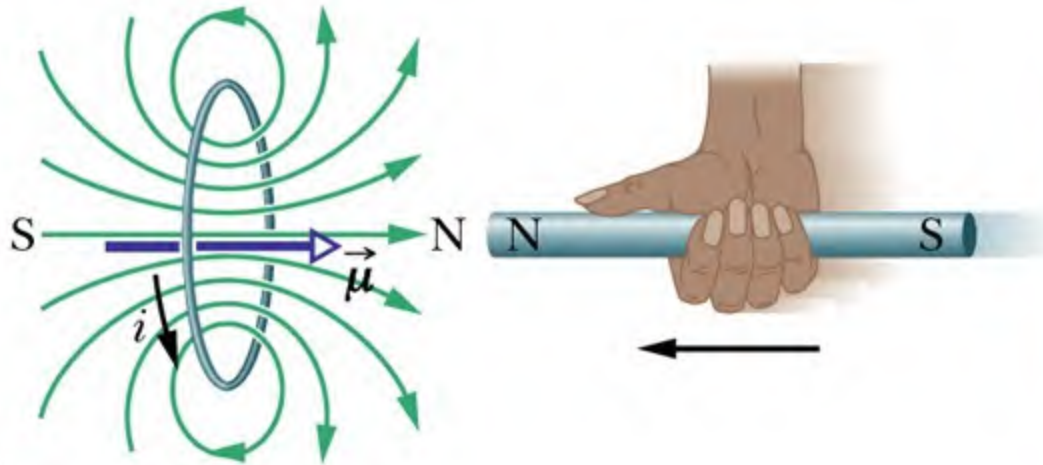


در صورتی که حلقه شامل N دور سیم باشد و در همه‌ی آن‌ها شار مغناطیسی با آهنگ یکسانی تغییر کند قانون فارادی به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\mathcal{E} = - \frac{Nd\Phi_B}{dt}$$



Heinrich Friedrich Emil Lenz
(1804-1865)



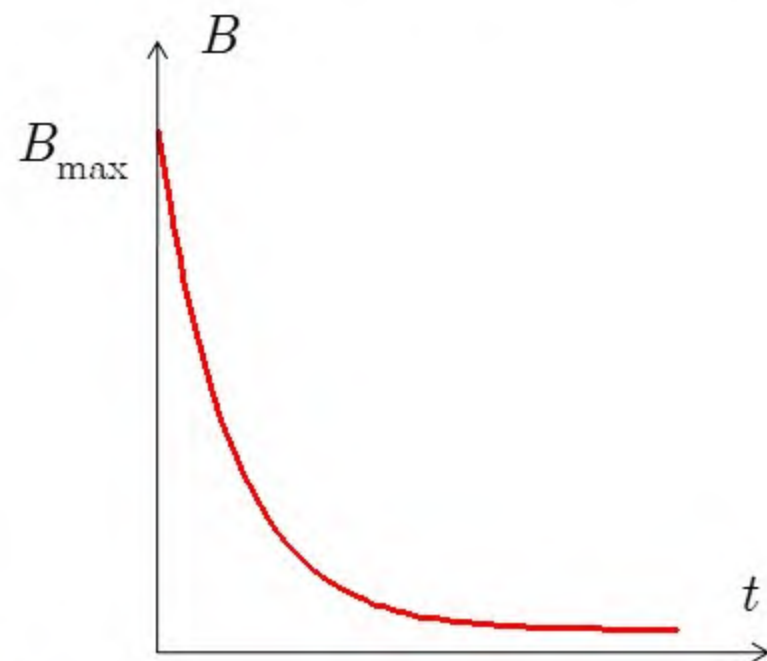
جهت جریان القایی در یک حلقه‌ی رسانای بسته چنان است که با عاملی که آن را به وجود آورده است، مخالفت می‌کند.

اگر میله‌ی آهن ربا را به حلقه‌ی سیمی نزدیک کنیم در آن جریانی القا می‌شود. جهت جریان القایی (که تعیین کننده‌ی جهت گشتاور مغناطیسی حلقه است) به گونه‌ای است که به میله‌ی آهن ربا **نیروی دافعه** وارد می‌شود و ما برای نزدیک کردن میله به حلقه بایستی انرژی صرف کنیم. این انرژی می‌تواند مثلاً به صورت گرما در مقاومت سیم حلقه تلف شود. **اگر** جریان در جهت عکس برقرار می‌شد (بر خلاف قانون لنز) حلقه آهن ربا را **جذب می‌کرد** و بدون صرف انرژی به سمت آن شتاب می‌گرفت و در مقاومت حلقه نیز گرما تولید می‌شد. و این آشکارا ناقض اصل پایستگی انرژی است.

مثال: فرض کنید در ناحیه ای از فضا میدان مغناطیسی یکنواخت برقرار است و طبق رابطه‌ی

$$B(t) = B_{\max} e^{-at}$$

با زمان تغییر می کند. نیرو محرکه‌ی القایی در حلقه‌ای که در این ناحیه قرار دارد و صفحه‌ی آن عمود بر میدان است، چقدر است؟



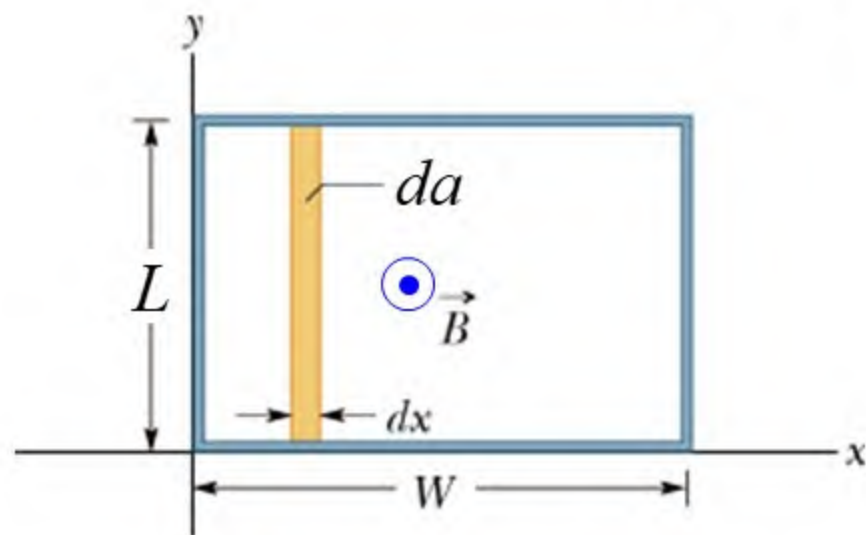
$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = \int B da \cos 0 = BA$$

$$\Phi_B(t) = AB_{\max} e^{-at}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -AB_{\max} \frac{d}{dt} e^{-at}$$

$$\mathcal{E} = aAB_{\max} e^{-at}$$

محاسبه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی وقتی که میدان مغناطیسی یکنواخت نباشد.

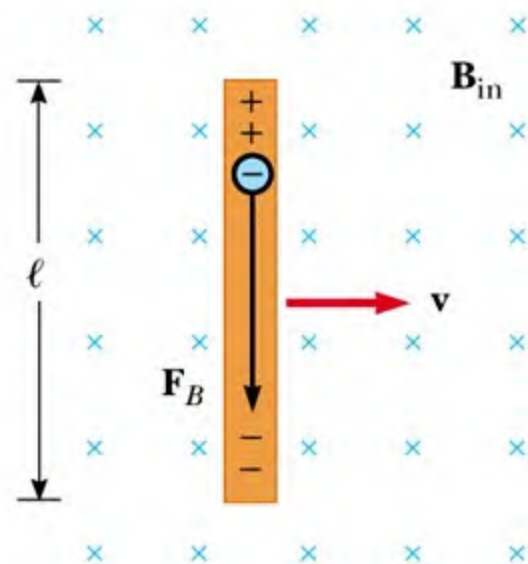


$$\vec{B} = 4t^2 x^2 \hat{k}$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = \int_0^W (4t^2 x^2) L dx$$

$$\Phi_B = \frac{4}{3} L t^2 W^3$$

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{8}{3} L t W^3$$



مطابق شکل میله رسانایی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت حرکت می‌کند. بنابر این به الکترون‌های درون سیم از طرف میدان مغناطیسی نیرو وارد می‌شود:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

بدین ترتیب در دو انتهای میله بارهای مثبت و منفی جمع می‌شوند. این تجمع بار تا آن جا پیش می‌رود که جاذبه‌ی الکتریکی بین بارها و نیروی مغناطیسی به تعادل برسند:

$$F_B = F_E \Rightarrow qvB = qE$$

$$E = vB$$

$$\mathcal{E} = \Delta V = El = Blv$$

اگر راستای حرکت میله بر بردار میدان عمود نباشد نیرو محرکه‌ی القایی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\mathcal{E} = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$



$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = BA = Blx$$

مطابق شکل حلقه‌ی سیمی با مقاومت الکتریکی R که درون یک میدان مغناطیسی
یکنواخت قرار دارد، با سرعت ثابت بیرون کشیده می‌شود.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx)$$

$$\mathcal{E} = -Bl\frac{dx}{dt} = Blv$$

(الف) جریان الکتریکی القایی در حلقه،

(ب) توان گرمایی ژول تلف شده در مقاومت سیم،

(ج) توان نیروی خارجی را به دست آورید.

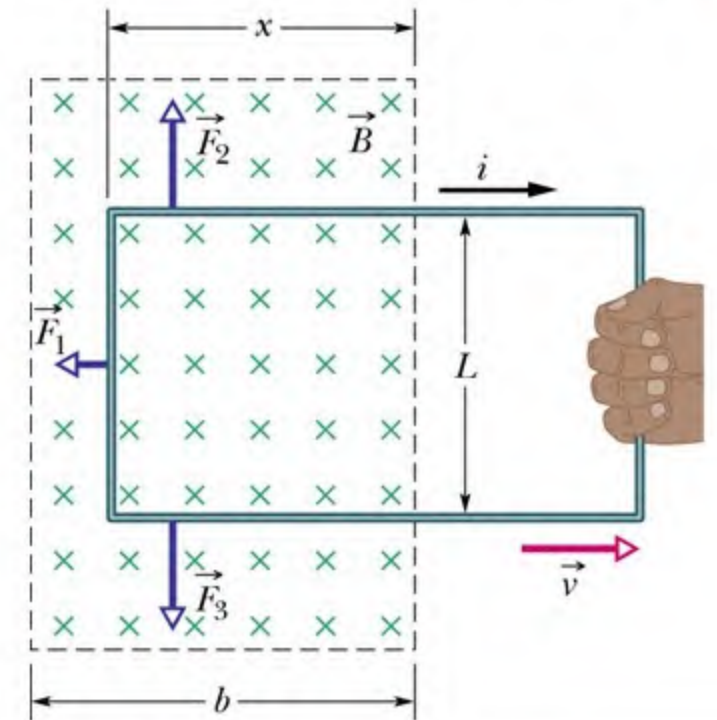
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{Blv}{R}$$

$$P_J = RI^2 = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

$$F_{cxt} = F_1 = IlB$$

$$P = F_{cxt}v = (IlB)v = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

$$P_J = P$$



$$\Phi_B = \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

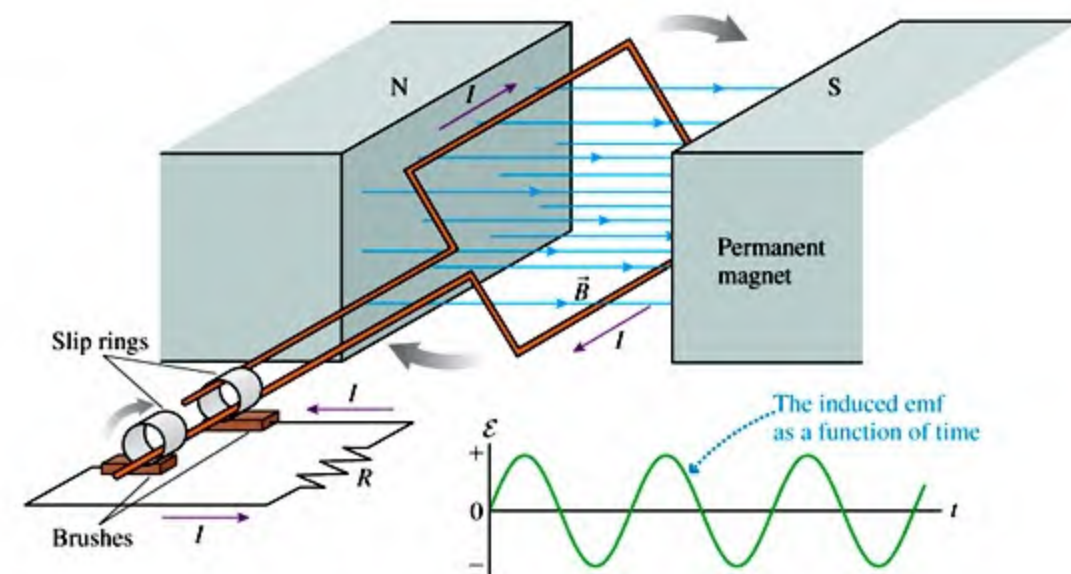
$$= AB \cos \omega t$$

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$= -ABN \frac{d}{dt}(\cos \omega t)$$

$$= \omega ABN \sin \omega t$$

$$= \mathcal{E}_0 \sin \omega t$$



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$$

مطابق شکل میله‌ای رسانا به جرم m بر روی ریل رسانایی که دو سر آن در یک انتها به هم وصل شده است، قرار دارد و می‌تواند آزادانه بلغزد. در لحظه‌ی $t=0$ به میله سرعت اولیه‌ای برابر با v_i به سمت راست داده می‌شود. سرعت آن را بر حسب زمان پیدا کنید.

$$F_B = -IlB$$

$$m \frac{dv}{dt} = -IlB$$

$$m \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 l^2}{R} v$$

$$\frac{dv}{v} = -\left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right) dt$$

$$v = v_i e^{-t/\tau}$$

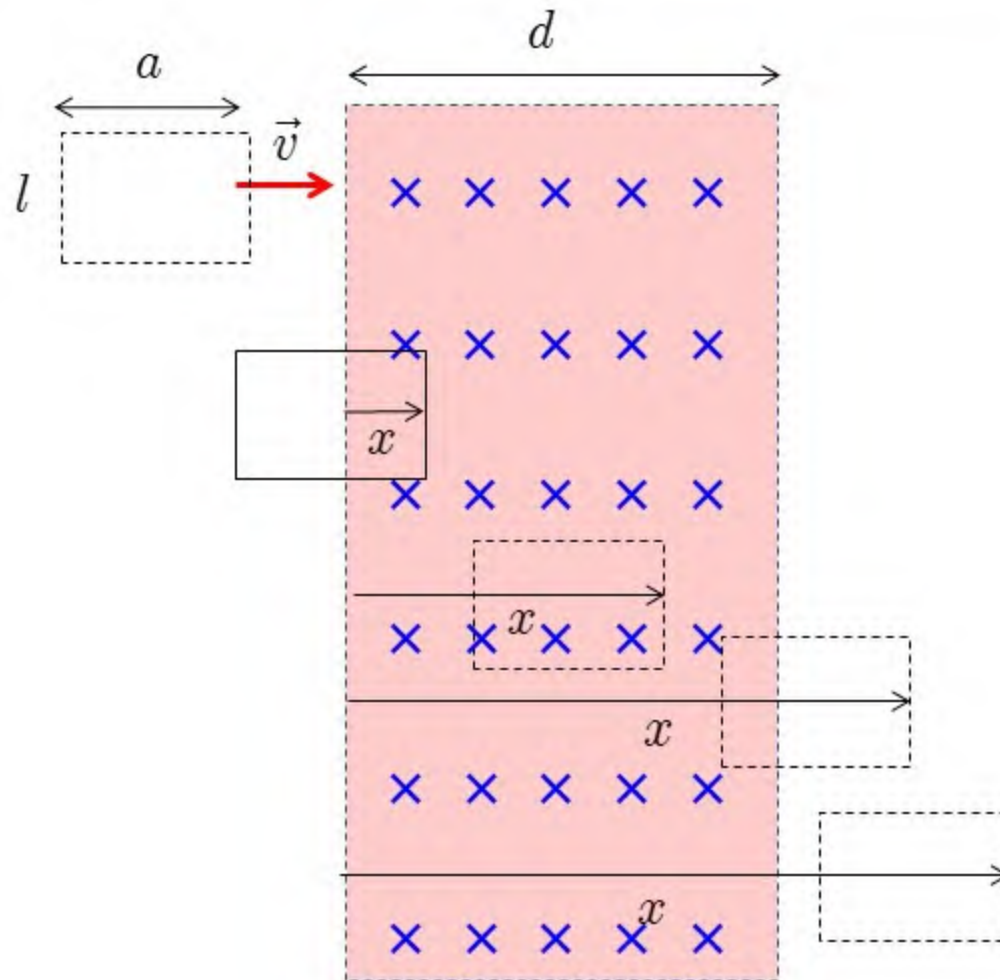
$$\tau = \left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right)^{-1}$$

$$F_B = -IlB$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

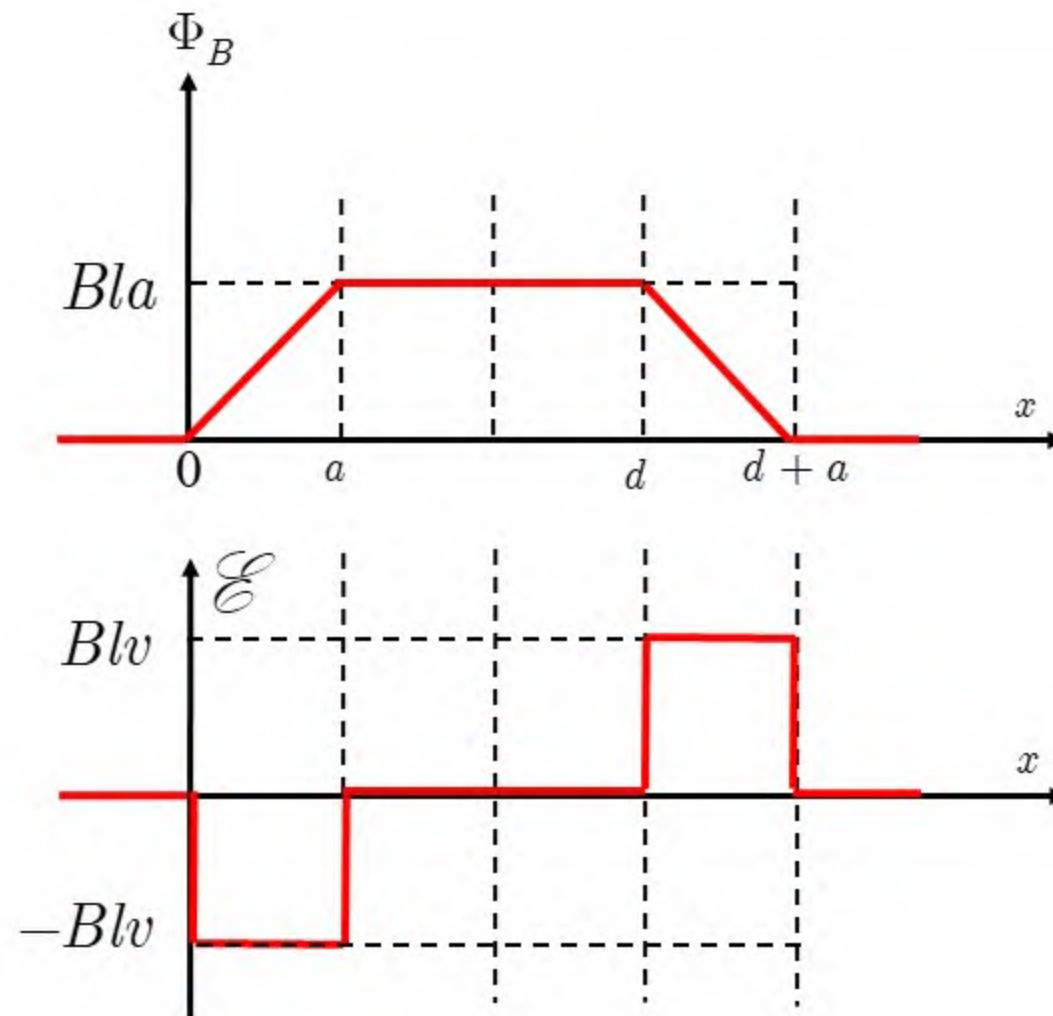
$$I = \frac{Blv}{R}$$

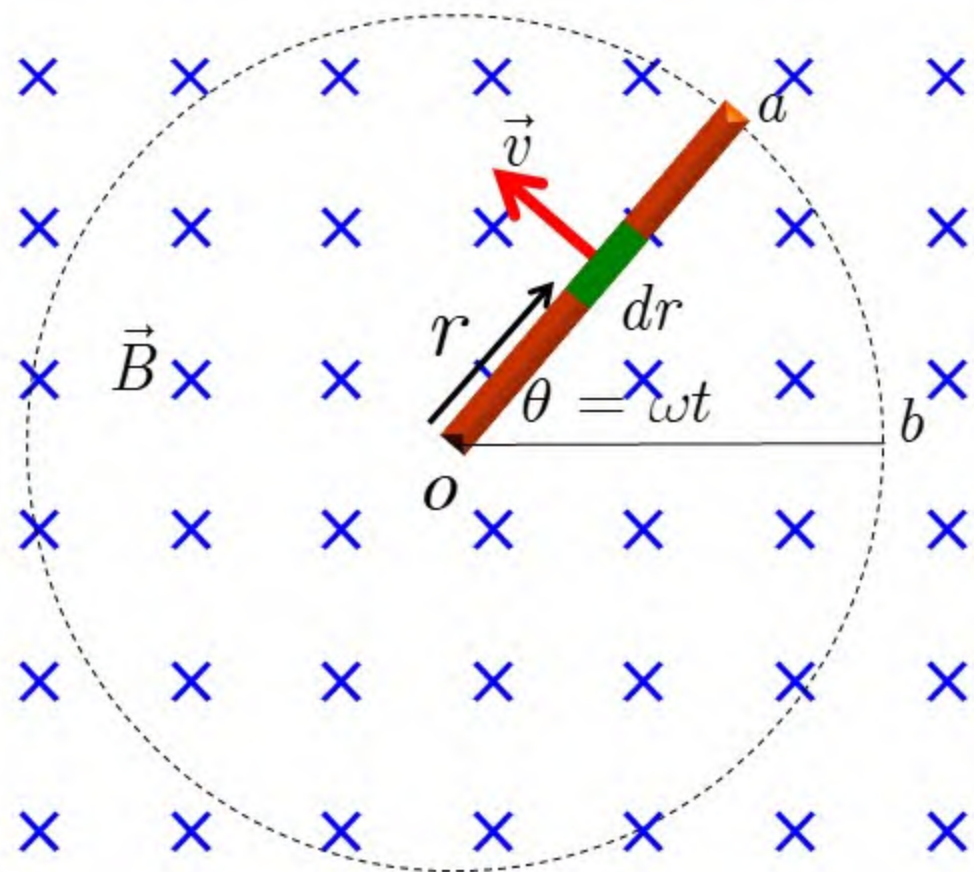




$$\Phi_B = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ Blx & 0 < x < a \\ Bla & a < x < d \\ Bl[a - (x - d)] & d < x < d + a \\ 0 & x > d + a \end{cases}$$

$$\mathcal{E} = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ -Blv & 0 < x < a \\ 0 & a < x < d \\ Blv & d < x < d + a \\ 0 & x > d + a \end{cases}$$





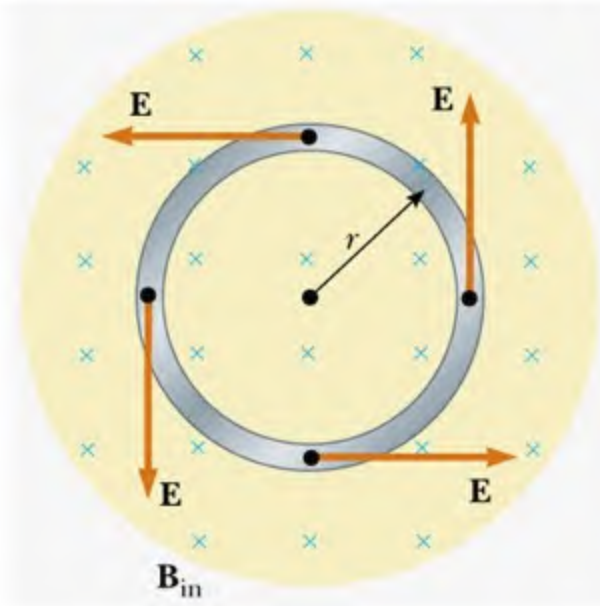
$$d\mathcal{E} = Bdrv = B\omega r dr$$

$$\mathcal{E} = \int d\mathcal{E} = B\omega \int_0^R r dr = \frac{1}{2} B\omega R^2$$

$$\Phi_B = B \left(\frac{1}{2} R^2 \theta \right)$$

روش دوم: بررسی شار مغناطیسی عبوری از قطاع oab .

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\Phi_B}{dt} = B \left(\frac{1}{2} R^2 \omega \right)$$



اگر حلقه‌ی رسانایی در میدان مغناطیسی متغیر با زمان قرار گیرد، طبق قانون فارادی در حلقه جریانی القا می‌شود. یعنی الکترون‌ها درون حلقه شتاب می‌گیرند. به بیان دیگر یک میدان الکتریکی در حلقه القا شده که باعث شتاب گرفتن الکترون‌ها می‌شود. اگر به جای حلقه یک بار آزمون q قرار دهیم، شتاب می‌گیرد یعنی به آن نیرو وارد می‌شود.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

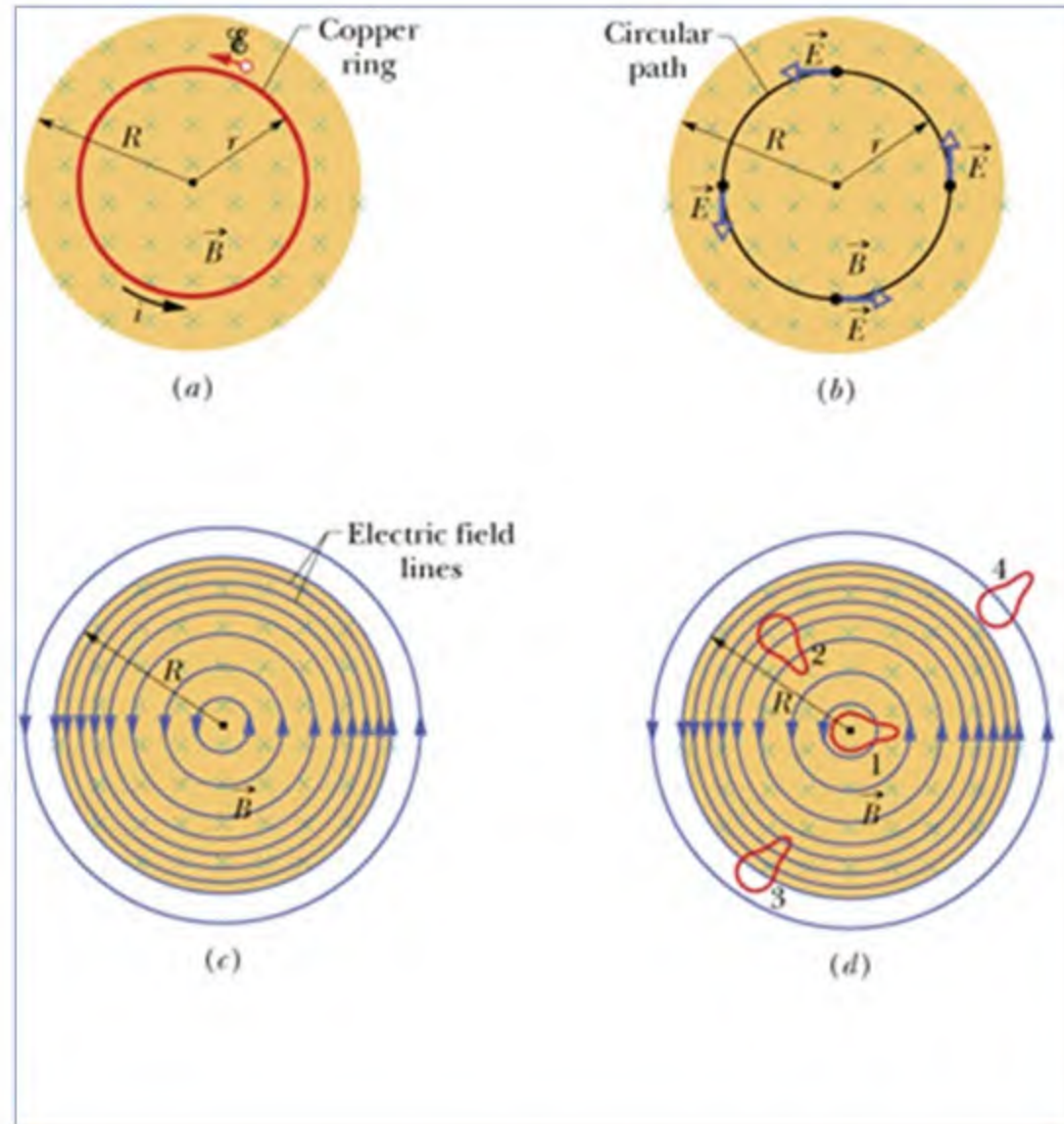
از سوی دیگر $W = q\mathcal{E}$

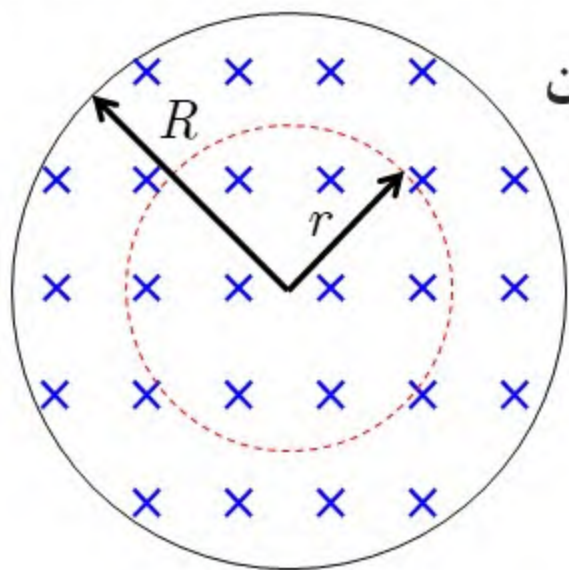
این نیرو بر روی بار آزمون کار انجام می‌دهد $W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{l}$

$$q\mathcal{E} = q \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

این میدان الکتریکی القایی پایستار نیست





سیملوله‌ی درازی دارای سطح مقطع دایره ای به شعاع R است. سیملوله به یک منبع جریان متناوب متصل است به طوری که میدان مغناطیسی درون سیملوله به شکل زیر با زمان تغییر کند:

$$B = B_0 \sin \omega t$$

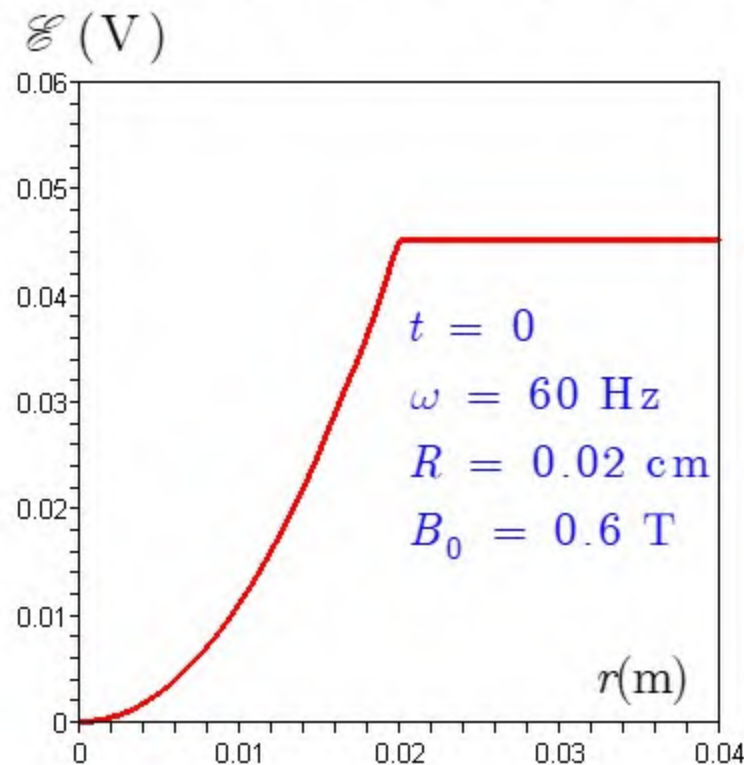
نیرو محرکه و میدان الکتریکی القایی را بر حسب فاصله‌ی شعاعی از محور سیملوله پیدا کنید.

$$r < R$$

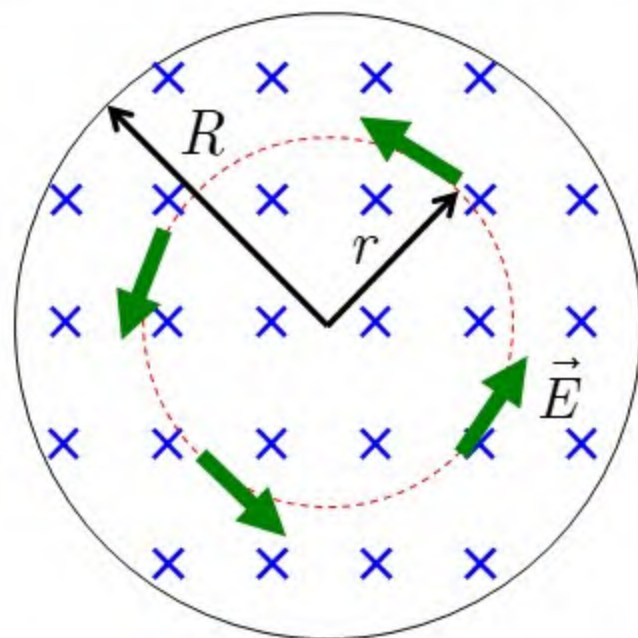
$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\ &= -\frac{d}{dt}(B\pi r^2) \\ &= \pi r^2 \omega B_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

$$r > R$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\ &= -\frac{d}{dt}(B\pi R^2) \\ &= \pi R^2 \omega B_0 \cos \omega t \end{aligned}$$



در مسئله‌ی قبل میدان الکتریکی القایی را بر حسب فاصله‌ی شعاعی از محور سیم‌لوله پیدا کنید.

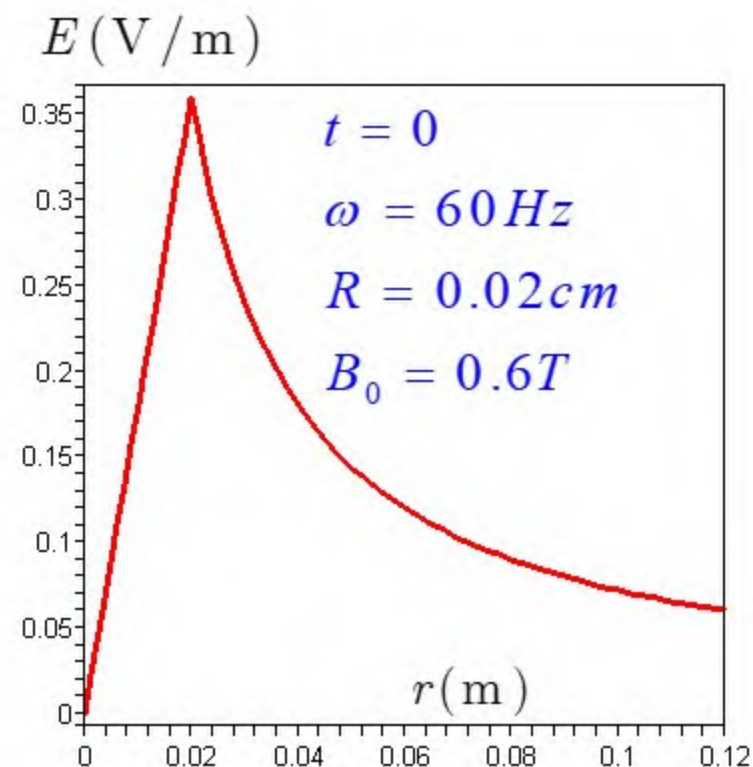


$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \mathcal{E} \Rightarrow E 2\pi r = \mathcal{E}$$

$$E = \frac{\mathcal{E}}{2\pi r}$$

$$r < R \Rightarrow E = \frac{1}{2} r \omega B_0 \cos \omega t$$

$$r > R \Rightarrow E = \frac{1}{2r} R^2 \omega B_0 \cos \omega t$$



شاد و مهربان باشید

